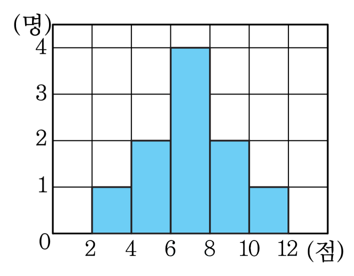
1. 다음 히스토그램은 우리 반 10명의 학생이 한달동안 읽은 책의 수를 조사한 것이다. 이 자료의 분산은?



① 3.5 ② 3.7 ③ 3.9 ④ 4.5 ⑤ 4.8

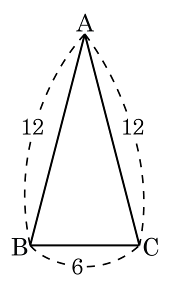
해설

(평균)$= \dfrac{3\times1+5\times2+7\times4+9\times2+11\times1}{10} = \dfrac{70}{10} = 7$

(분산)$= \dfrac{(3-7)^2\cdot1+(5-7)^2\cdot2}{10}$

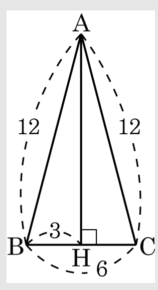
$+\dfrac{(9-7)^2\cdot2+(11-7)^2\cdot1}{10} = 4.8$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $12\sqrt{3}$　② $15\sqrt{3}$　③ $9\sqrt{15}$　④ 36　⑤ $10\sqrt{15}$

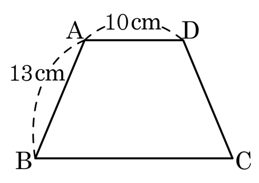
해설



점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

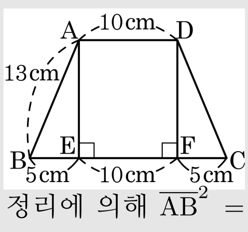


① $120\,\mathrm{cm}^2$　② $130\,\mathrm{cm}^2$

③ $180\,\mathrm{cm}^2$　④ $195\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $200\,\mathrm{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\mathrm{cm}$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

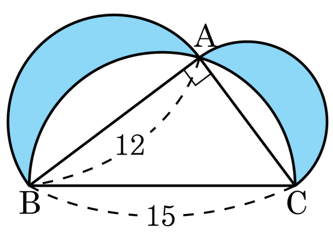
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\mathrm{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

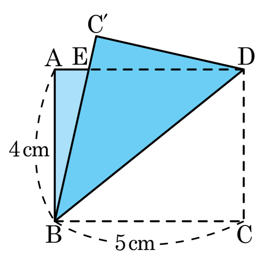
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54$

따라서 넓이는 54 이다.

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 C′ , 변 BC′ 와 변 AD 의 교점을 E 라고 할 때, 옳은 것은 ?



① $\angle ABE + \angle EBD = \angle CBD$

② $\overline{AB} + \overline{AE} = \overline{DE}$

③ $\triangle BDE$ 는 정삼각형

④ $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

⑤ $\angle DBE = \angle BDC'$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle C'DE$ 이므로 $\angle ABE = \angle C'DE$ 가 성립한다. 따라서 $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

6. 좌표평면 위의 두 점 A, B 의 좌표는 다음과 같다. 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때 알맞은 a 의 값을 모두 고르면?

$\mathrm{A}(3,\ 2a+2),\ \mathrm{B}(a+1,\ 2)$

① 1　　② -2　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $\frac{1}{5}$　　⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(3-a-1)^2+(2a+2-2)^2}$$
$$= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

7. 은정이는 5 회에 걸친 사회 시험에서 4 회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5 회는 병결로 인해 4 회까지의 평균 성적의 50 %를 받았다. 은정이의 5 회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점 ② 73.2 점 ③ 75.6 점
④ 77.8 점 ⑤ 82 점

해설

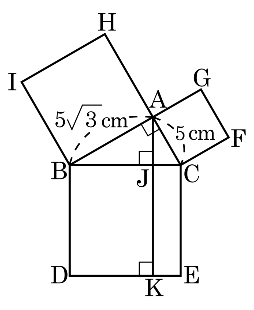
4 회 까지의 평균 : $\frac{83+84+79+90}{4} = \frac{336}{4} = 84$(점)

5 회 성적 : $84 \times \frac{50}{100} = 42$(점)

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$= \frac{83+84+79+90+42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6$(점)

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



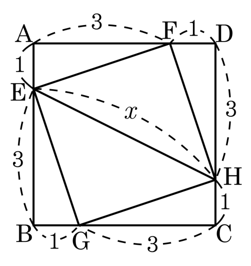
① 2 cm　　② 2.5 cm　　③ 3 cm

④ 3.5 cm　　⑤ 4 cm

해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로
$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.
따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

9. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{3}$　③ 4

④ $2\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{5}$

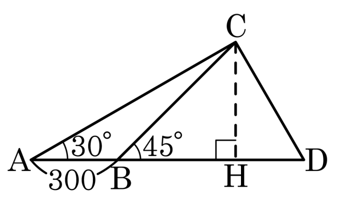
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1+\sqrt{2})$ ② $300(1-\sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3}+1)$

④ $150(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

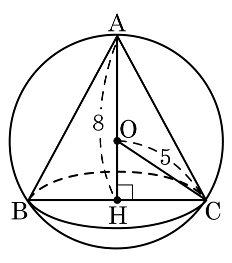
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$

$300 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x = 300$

$x = 150(\sqrt{3}+1)$

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에 내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?



① $\frac{74}{3}\pi$　② $\frac{86}{3}\pi$　③ $\frac{92}{3}\pi$
④ $\frac{112}{3}\pi$　⑤ $\frac{128}{3}\pi$

해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH}=3$ 이고 $\overline{CH}=4$ 이다.

따라서 원뿔의 부피는 $\pi\times4^2\times8\times\frac{1}{3}=\frac{128}{3}\pi$ 이다.

12. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$　② $\frac{51}{3}$　③ $\frac{52}{3}$　④ $\frac{53}{3}$　⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$\frac{x+y+z}{3}=4$

$\therefore\ x+y+z=12\quad\cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{54}{3}=18$ 이다.

13. 세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① $M,\ S^2$　　② $M,\ S^2+1$

③ $M+1,\ S^2$　　④ $M+1,\ S^2+1$

⑤ $M+1,\ (S+1)^2$

해설

세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$M=\dfrac{a+b+c}{3}$

$S^2=\dfrac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$

$a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$M_1=\dfrac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$

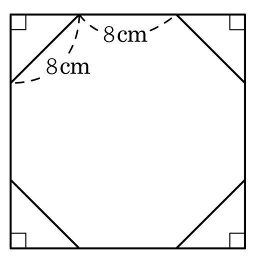
$=\dfrac{(a+b+c)+3}{3}=\dfrac{a+b+c}{3}+1=M+1$

$S_1^2=\dfrac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$

$=\dfrac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$

따라서 $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1,\ S^2$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm ② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm ④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{8}=45°$

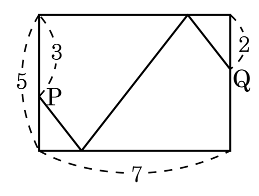
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

15. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?



① $\sqrt{70}$ ② $\sqrt{105}$ ③ $\sqrt{130}$

④ $2\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면
$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$과 같다.
∴ 최단 거리= $\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$ 이다.