

1. 두 직선 $y = \frac{3}{2}x + 2$ 와 $y = -x + 6$ 의 교점을 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x = \frac{2}{5}$
④ $x = \frac{8}{5}$

② $x = \frac{3}{5}$
⑤ $x = \frac{9}{5}$

③ $x = \frac{7}{5}$

해설

$$y = \frac{3}{2}x + 2 \text{ 와 } y = -x + 6 \text{ 의 교점 } \left(\frac{8}{5}, \frac{22}{5} \right)$$

$$x = \frac{8}{5}$$

2. 세 직선 $y = 5x - 23$, $y = -3x + 17$, $y = ax + b$ 가 한 점에서 만난다고 할 때, $5a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 5x - 23$, $y = -3x + 17$ 을 연립하면

$$5x - 23 = -3x + 17$$

$$8x = 40 \quad \therefore x = 5$$

$$x = 5 \text{ 일 때, } y = 2$$

$y = ax + b$ 에 대입하면

$$5a + b = 2 \text{ 이다.}$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 6y = 4 \\ x + ay = 5 \end{cases}$ 의 해가 한 쌍일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

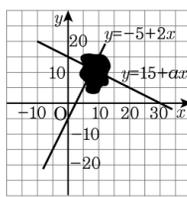
해설

연립방정식의 해가 한 쌍이라는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 같은 것을 찾는다.

② $a = 2$ 이면 $\begin{cases} 3x + 6y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 가 된다. 따라서 $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = 3$

이므로 기울기가 같다.
따라서 2는 a 의 값이 될 수 없다.

4. 두 그래프 $y = 15 + ax$ 와 $y = -5 + 2x$ 의 그래프를 그린 것인데 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 된 것이다. 교점의 좌표를 구하면?



- ① (7, 10) ② (8, 11) ③ (9, 9)
 ④ (8, 10) ⑤ (9, 10)

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$$\begin{cases} y = 15 - \frac{1}{2}x \cdots \text{㉠} \\ y = -5 + 2x \cdots \text{㉡} \end{cases} \text{의 해이므로}$$

㉠ - ㉡을 하면,

$$0 = 20 - \frac{5}{2}x, \frac{5}{2}x = 20,$$

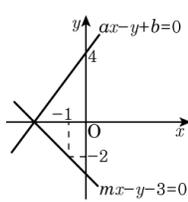
$$5x = 40, x = 8 \cdots \text{㉢}$$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$y = -5 + 16, y = 11$$

그러므로 교점의 좌표는 (8, 11)이다.

5. 두 일차방정식 $ax-y+b=0$, $mx-y-3=0$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, m 에 대하여 $a+b+m$ 의 값은?



- ① -4 ② -3 ③ $-\frac{7}{3}$ ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

해설

$(-1, -2)$ 를 $mx-y-3=0$ 에 대입하면 $-m+2-3=0$, $m=-1$
 $-x-y-3=0$ 의 x 절편을 구하면 $(-3, 0)$ 이고, 이 점은 $ax-y+b=0$ 위에 있으므로 $-3a+b=0$ 이 성립하고 $(0, 4)$ 를 대입하면 $-4+b=0$ 이므로 $b=4$, $a=\frac{4}{3}$ 가 성립한다.

따라서 $a+b+m=\frac{13}{3}$ 이다.

6. 네 점 $O(0, 0)$, $A(6, 2)$, $B(4, 6)$, $C(2, 6)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\square OABC$ 가 있다. 직선 $y = mx$ 가 \overline{AB} 와 만나도록 정수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

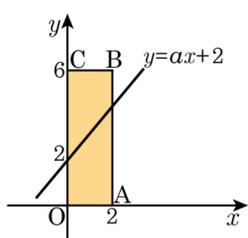
점 $(6, 2)$ 를 지날 때 $m = \frac{1}{3} \dots \textcircled{1}$

점 $(4, 6)$ 을 지날 때 $m = \frac{3}{2} \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{3}{2}$

따라서 만족하는 정수 m 의 값은 1이다.

7. 다음 그림과 같이 직선 $y = ax + 2$ 가 $\square OABC$ 를 두 부분으로 나눌 때, 아래 부분의 넓이가 위부분의 넓이보다 크도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.

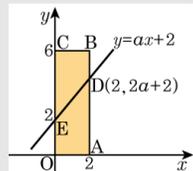


▶ 답:

▷ 정답: $a > 1$

해설

\overline{AB} 와 직선과의 교점을 D 라 하면 $D(2, 2a+2)$ 이다.



직사각형의 넓이가 12 이므로
($\square OADE$ 의 넓이) > 6

$$\frac{1}{2}(2 + 2a + 2) \times 2 > 6$$

$$2a + 4 > 6$$

$$\therefore a > 1$$

8. 세 직선 $x - 2y = -4$, $x + y = -1$, $ax - 5y + 1 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

- ㉠ $-\frac{9}{2}$ ㉡ 5 ㉢ 10 ㉣ $\frac{11}{2}$ ㉤ 15

해설

i) $ax - 5y + 1 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{1}{a} = \frac{-2}{-5} \neq \frac{4}{1} \text{ 에서 } a = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{-5} \neq \frac{1}{1} \text{ 에서 } a = -5$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{cases} x - 2y = -4 & \dots \text{㉠} \\ x + y = -1 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -2, y = 1$

$ax - 5y + 1 = 0$ 에 $x = -2, y = 1$ 을 대입하면

$$-2a - 5 + 1 = 0, a = -2$$

모든 a 값의 합은

$$\therefore \frac{5}{2} + (-5) + (-2) = -\frac{9}{2}$$

9. 두 수 a, b 에 대하여 $|a| \geq |b|$ 일 때 $N(a, b) = b$, $|a| < |b|$ 일 때 $N(a, b) = a$ 로 정의한다. 좌표평면 위의 세 점 $A(28, 84)$, $B(-28, -14)$, $C(56, 14)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 변 위에 점 $P(x, y)$ 가 있을 때, $N(x, y)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 84

▷ 정답: -28

해설

직선 BC 의 방정식은 $y = \frac{1}{3}x - 7$

따라서 직선 $y = x$ 와 선분 BC 의 교점을 D 라고 하면

$$D\left(-\frac{21}{2}, -\frac{21}{2}\right)$$

또한 직선 AC 의 방정식은 $y = -\frac{5}{2}x + 154$

따라서 직선 $y = x$ 와 선분 AC 의 교점을 E 라고 하면

$$E(44, 44)$$

1) $y \geq x$ 일 때,

$N(x, y) = y$ 이므로 y 좌표의 최대, 최소를 구하면 D 에서 최소, E 에서 최대이다.

$$\therefore -\frac{21}{2} \leq N(x, y) \leq 84$$

2) $y < x$ 일 때,

$N(x, y) = x$ 이므로 x 좌표의 최대, 최소를 구하면 B 에서 최소, E 에서 최대이다.

$$\therefore -28 < N(x, y) \leq 56$$

1), 2)에 의해서 $N(x, y)$ 의 최댓값은 84, 최솟값은 -28 이다.

10. 점 A(1, 1) 을 지나고 기울기가 3 인 직선과 점 B(2, 3) 을 지나고 기울기가 -2 인 직선이 있다. 이 두 직선과 직선 AB 로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{5}$

해설

점 A(1, 1) 을 지나고 기울기가 3 인 직선의 방정식은

$$y - 1 = 3(x - 1), y = 3x - 2$$

점 B(2, 3) 을 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은

$$y - 3 = -2(x - 2), y = -2x + 7$$

두 직선의 교점을 C 라 하면 $C\left(\frac{9}{5}, \frac{17}{5}\right)$ 이다.

또 직선 AB 를 지나는 방정식은

$$y - 1 = \frac{3-1}{2-1}(x-1), y = 2x - 1 \cdots \textcircled{1}$$

이때, 점 C 를 지나고 y 축과 평행한 직선과 $\textcircled{1}$ 과의 교점을 D

라 하면 점 $D\left(\frac{9}{5}, \frac{13}{5}\right)$ 이다.

$$\overline{CD} = \frac{17}{5} - \frac{13}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \triangle CAD + \triangle CDB \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 1 \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$