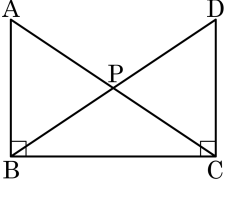


1. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle A = \angle D$ 이면 $\triangle PBC$ 는 어떤 삼각형인가?

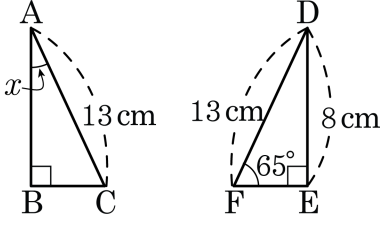


- ① 정삼각형 ② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형 ④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
i) $\overline{AB} = \overline{DC}$
ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$
iii) $\overline{BC} = \overline{CB}$
i), ii), iii)에 의해 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$
따라서 $\angle ACB = \angle CBD$ 이므로
 $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

2. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$ 의 크기는?

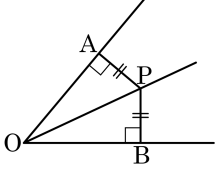


- ① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ 는 서로 합동이다.
 $\therefore \angle x = \angle FDE = 180^\circ - 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

3. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- | | |
|---|--|
| ☐ Ⓐ $\overline{AO} = \overline{BO}$ | ☐ Ⓒ $\angle APO = \angle BPO$ |
| ☐ Ⓑ $\angle AOB = \angle APB$ | ☐ Ⓓ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ |
| ☐ Ⓔ $\angle AOP = \angle BOP$ | ☐ Ⓔ $\overline{OA} = \overline{OB}$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓐ

▶ 정답 : Ⓒ

▶ 정답 : Ⓓ

▶ 정답 : Ⓔ

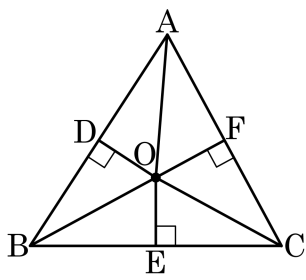
해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) 이다.

Ⓑ $\angle AOB \neq \angle APB$

Ⓔ $\overline{OA} \neq \overline{OB}$

4. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

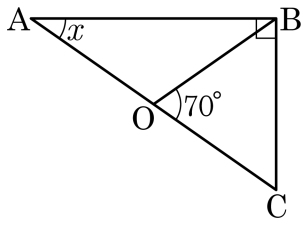


- ① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$ ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
 ③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ④ $\angle DAO = \angle DBO$
 ⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$$\angle FOA = \angle FOC$$

5. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

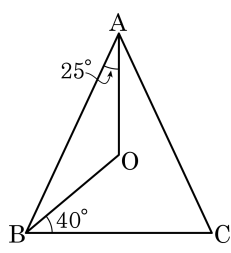
$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle OAB = 25^\circ$, $\angle OBC = 40^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?

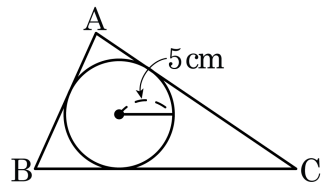
- ① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°



해설

$\overline{OC}$ 를 이으면
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로
 $25^\circ + 40^\circ + \angle OCA = 90^\circ$, $\angle OCA = 25^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65^\circ$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다.
 $\triangle ABC = 120\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 48 cm

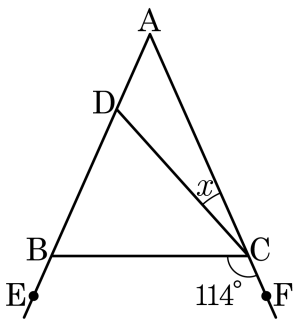
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$$

$$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$$

8. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

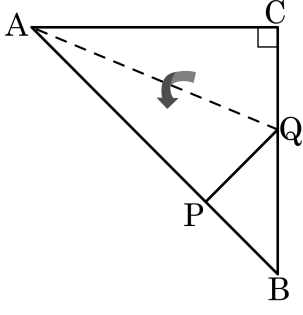


- ① 18° ② 24° ③ 30° ④ 36° ⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = \angle BCA = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 $\triangle CDB$ 에서
 $\angle BCD = 180^\circ - (2 \times 66^\circ) = 48^\circ$
 따라서 $\angle x = 66^\circ - 48^\circ = 18^\circ$ 이다.

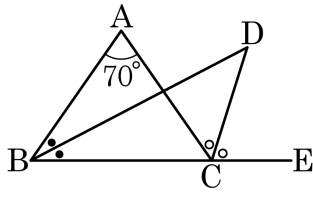
9. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$ ② $\overline{AP} = \overline{AC}$
③ $\angle PAQ = \angle CAQ$ ④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$
⑤ $\angle APQ = 90^\circ$

해설
종이를 접은 모양이므로
 $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90^\circ$

10. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



- ① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

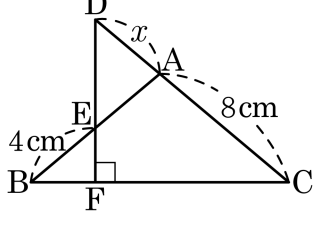
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70^\circ + 55^\circ) \\ &= 62.5^\circ\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55^\circ = 27.5^\circ$$

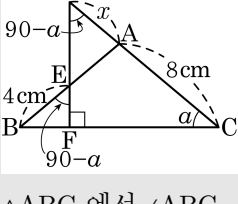
$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180^\circ - (27.5^\circ + 55^\circ + 62.5^\circ) \\ &= 180^\circ - 145^\circ \\ &= 35^\circ\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이는?



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

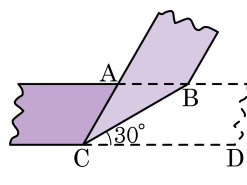
해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

12. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30^\circ$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

- ① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°



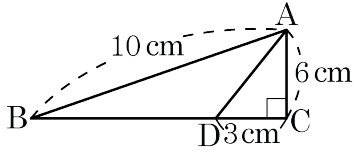
해설

$$\angle BCD = \angle BCA = 30^\circ$$

$$\angle BCD = \angle ABC = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면

$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFD = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\angle FAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AFD \cong \triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$

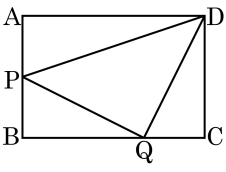
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$$

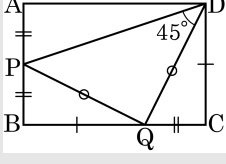
$\therefore \overline{BD} = 5 \text{ (cm)}$

14. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형 ABCD에서 점 P는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q는 변 BC를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



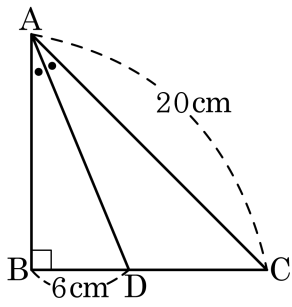
- ① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D와 Q를 연결하자.
 $\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서
 $\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,
 $\overline{PB} = \overline{QC}$
 $\angle PBC = \angle QCD$
 $\therefore \triangle PBQ \cong \triangle QCD$
따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45^\circ$

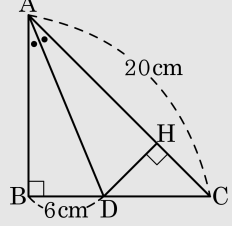
15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



- ① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

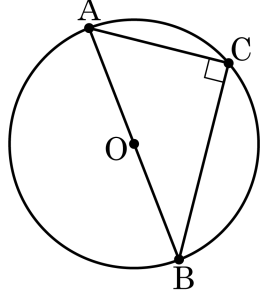
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 AO의 길이를 구하여라.



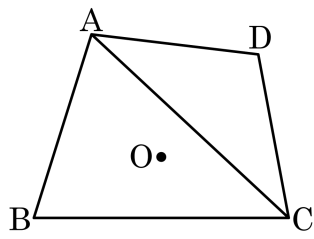
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

17. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다.
 $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 180°

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두
 이등변삼각형

$$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$$

$$\therefore \angle AOC = 2x$$

점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형

$$\angle OAD = \angle ODA, \angle ODC = \angle OCD$$

□AOCD 에서

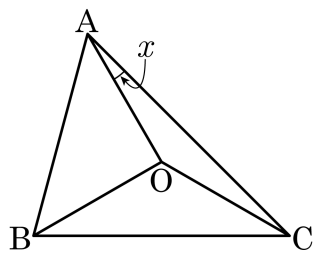
$$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360^\circ - \angle AOC$$

$$2y = 360^\circ - 2x \quad x + y = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

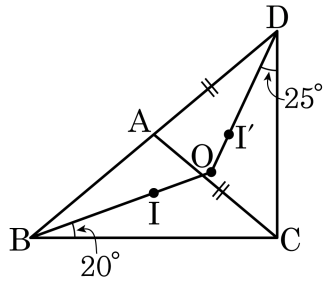
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 이므로

$$\angle COA = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$$\angle x = 30^\circ \times \frac{1}{2} = 15^\circ$$

19. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20^\circ$, $\angle I'DC = 25^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ **답:**

▶ 정답 : 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20^\circ$

즉, $\angle ABC = 40^\circ$

점 I' 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25^\circ$

즉, $\angle CDA = 50^\circ$

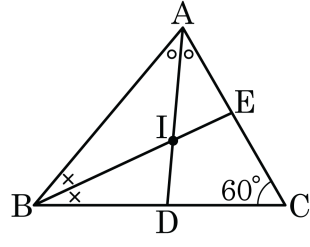
 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형
 $\angle ACD = \angle CDA = 50^\circ$
$$\angle ACD = \angle CDA = 50^\circ$$

$\therefore \triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

ΔACD 에서 외각의 성질에

$$\angle CAB = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$
$$\angle C = 180^\circ - (\angle ABC + \angle CAB)$$
$$= 180^\circ$$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선이다.)



- ① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 합이 180° 이므로

$$2\circ + 2x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\circ + x = 60^\circ$$

삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$ 라 하면

$$\triangle ABE \text{에서 } 2\circ + x + \angle x = 180^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \circ + 2x + \angle y = 180^\circ \dots \textcircled{2}$$

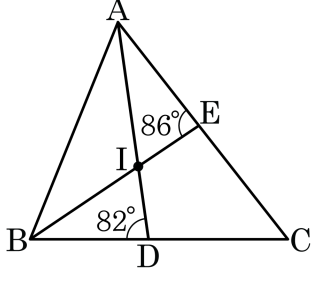
①+②를 하면

$$3(\circ + x) + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore 3 \times 60^\circ + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle ADB = 82^\circ$, $\angle AEB = 86^\circ$ 일 때, $\angle C = (\quad)^\circ$ 의 크기를 구하여라.



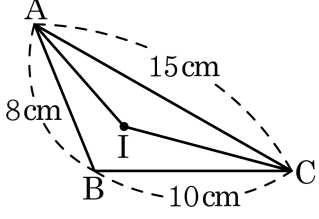
▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 52°

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$ 라 하면, $\triangle ABE$ 에서
 $2\angle x + \angle y + 86^\circ = 180^\circ \dots \textcircled{1}$
 $\triangle ADB$ 에서 $\angle x + 2\angle y + 82^\circ = 180^\circ \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 34^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $60^\circ + 68^\circ + \angle C = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle C = 52^\circ$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1

② 30 : 17

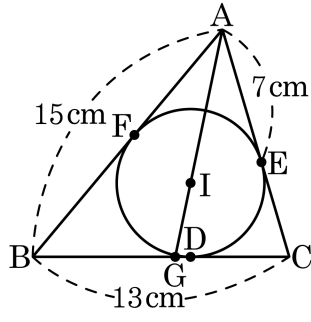
③ 32 : 15
- ④ 33 : 15

⑤ 36 : 17

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면
 $(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$
 $(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$
 따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로

$\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

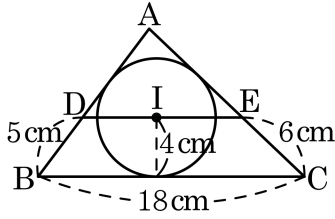
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

24. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I를 지나 밑변 BC의 평행한 직선 DE를 그을 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 58cm^2

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$
따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.