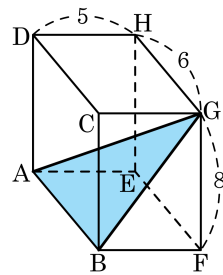


1. 그림과 같은 직육면체에서 색칠한 삼각형의 둘레의 길이는?

- ① $\sqrt{97} + 5\sqrt{5} + 6$
 ② $\sqrt{97} + 5\sqrt{6} + 6$
 ③ $\sqrt{97} + 5\sqrt{7} + 2$
 ④ $\sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 2$
 ⑤ $\sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 6$



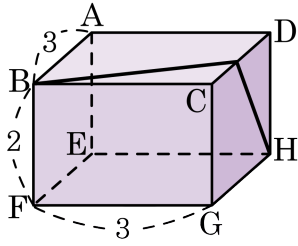
해설

$$\overline{BG} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{64 + 36 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

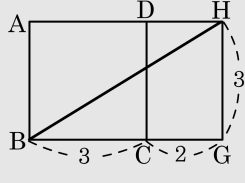
$$\therefore (\triangle ABG \text{의 둘레의 길이}) = \sqrt{89} + 5\sqrt{5} + 6$$

2. 다음 그림과 같은 직육면체의 한 꼭짓점 B 에서 $\overline{CD}$ 를 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단 거리는?



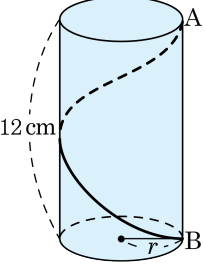
- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{26}$ ③ $\sqrt{34}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설



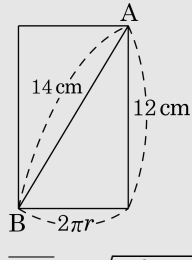
전개도에서 최단 거리는 $\overline{BH}$ 와 같다.
 $\therefore BH = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

3. 다음은 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 12 cm 인 원기둥 모양의 통나무이다. 이 통나무에 점 A 와 B 를 찍은 후, 점 A 를 출발하여 통나무의 옆면을 돌아 점 B 에 이르는 최단 거리가 14 cm 이라고 할 때, r 의 값을 구하여라.



- ① $\frac{\sqrt{10}}{\pi}$ cm ② $\frac{\sqrt{12}}{\pi}$ cm
 ③ $\frac{\sqrt{13}}{\pi}$ cm ④ $\frac{\sqrt{15}}{\pi}$ cm
 ⑤ $\frac{\sqrt{17}}{\pi}$ cm

해설

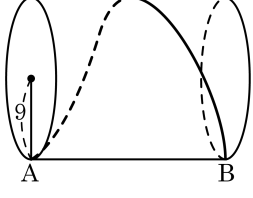


$$\overline{AB'} = \sqrt{14^2 - 12^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$2\pi r = 2\sqrt{13}$$

$$r = \frac{2\sqrt{13}}{2\pi} = \frac{\sqrt{13}}{\pi} (\text{cm})$$

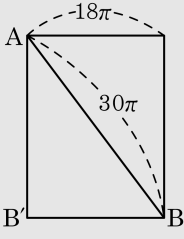
4. 다음 그림은 점 A 를 지나 원기둥의 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 30π 인 원기둥이다. 이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9 라고 할 때, 원기둥의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



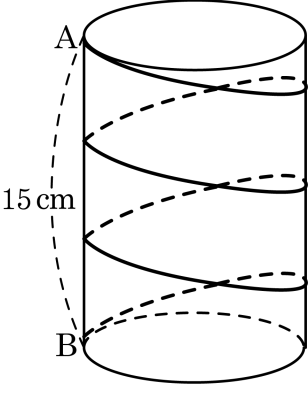
- ① 21π ② 22π ③ 23π ④ 24π ⑤ 25π

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB'} &= \sqrt{(30\pi)^2 - (18\pi)^2} \\ &= \sqrt{900\pi^2 - 324\pi^2} \\ &= \sqrt{576\pi^2} \\ &= 24\pi\end{aligned}$$



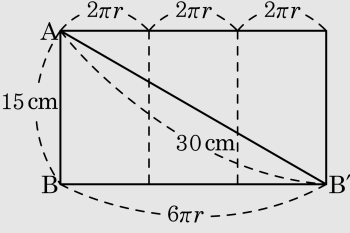
5. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



- ① $\frac{5\sqrt{3}}{6\pi}$ cm ② $\frac{10\sqrt{3}}{6\pi}$ cm ③ $\frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$ cm
 ④ $\frac{20\sqrt{3}}{6\pi}$ cm ⑤ $\frac{25\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

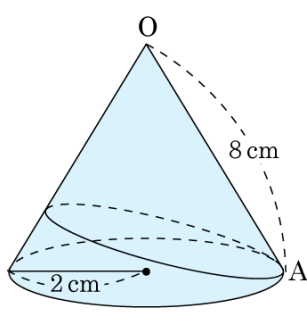
해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.
 $\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$
 $3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$
 $\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{2\pi}(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겹면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.

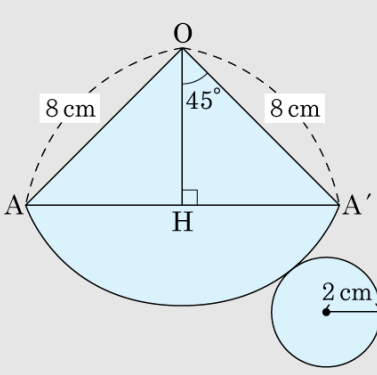


▶ 답: cm

▷ 정답: $8\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{AH} = 4\sqrt{2} \text{ cm}, \overline{AA'} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$



7. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, 2k, 3k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$$

$$14k^2 = 224, k^2 = 16$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

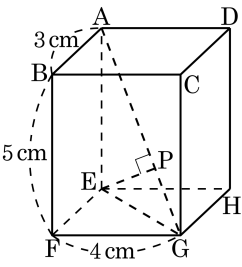
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E에서 대각선 AG에 내린 수선의 발을 P라 할 때, $\overline{EP}$ 의 길이는?

- ① $\sqrt{2}$ cm

② $2\sqrt{2}$ cm
- ③ $3\sqrt{2}$ cm

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm
- ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm



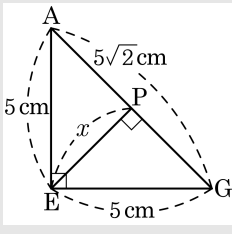
해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

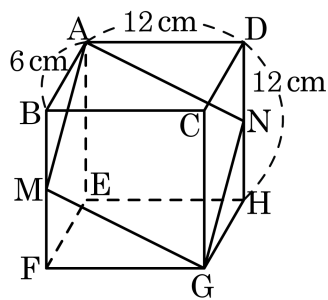
$$\overline{AE} \times \overline{EG} = \overline{AG} \times \overline{EP} \text{ 이므로}$$

$$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$$

$$x = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (cm) 이다.}$$



9. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M, $\overline{DH}$ 의 중점을 N이라 할 때, $\square AMGN$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm²

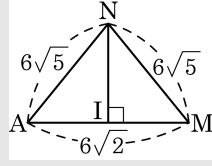
▷ 정답 : 108cm^2

해설

□AMGN 은 평행사변형이므로

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

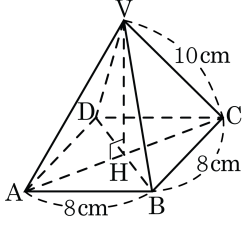
$$\overline{AN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\Delta AMN \text{ 은 } \overline{AN} = \overline{MN} \text{ 인 이등변삼각형이다.}$$


$$\begin{aligned}\overline{\text{NI}} &= \sqrt{\text{AN}^2 - \text{AI}^2} \\ &= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\square \text{AMGN의 넓이}) &= 2 \times (\triangle \text{AMN의 넓이}) \\&= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{\text{AM}} \times \overline{\text{NI}} \\&= 6 \sqrt{2} \times 9 \sqrt{2} \\&= 108(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 10 cm 인 정사각뿔에서 $\triangle VHC$ 의 넓이는?

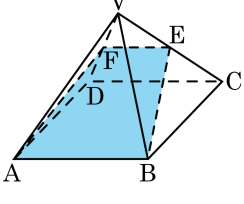


- ① $3\sqrt{34}\text{ cm}^2$ ② $4\sqrt{17}\text{ cm}^2$ ③ $4\sqrt{34}\text{ cm}^2$
 ④ 20 cm^2 ⑤ 24 cm^2

해설

$\square ABCD$ 가 정사각형이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\overline{HC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{VH} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}(\text{cm})$
 $\triangle VHC$ 의 넓이는 $S = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{17} = 4\sqrt{34}(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8cm인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F라고 할 때, $\square ABEF$ 의 넓이를 구하면?
- ① $11\sqrt{10}\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$ ④ $12\sqrt{11}\text{cm}^2$
 ⑤ $24\sqrt{3}\text{cm}^2$



해설

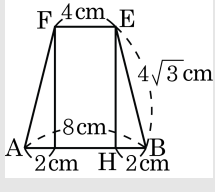
$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\text{cm}$ ($\because$ 중점 연결 정리)

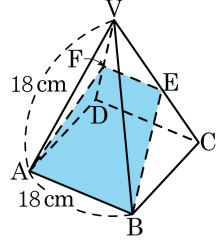
$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8cm인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\text{cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \square ABEF = (8 + 4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

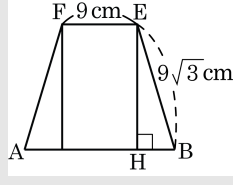


12. 다음 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 18 cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리의 길이가 18 cm 인 정사각뿔 V-ABCD 에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중 점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이 는?



- ① $81\sqrt{11}\text{ cm}^2$ ② $\frac{243\sqrt{11}}{4}\text{ cm}^2$
 ③ $\frac{243\sqrt{15}}{2}\text{ cm}^2$ ④ $135\sqrt{11}\text{ cm}^2$
 ⑤ $\frac{325\sqrt{15}}{2}\text{ cm}^2$

해설



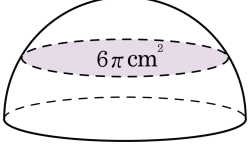
$$1) \overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$2) \overline{BH} = \frac{(18-9)}{2} = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

$$3) \overline{EH} = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{9\sqrt{11}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \square ABEF = \frac{1}{2} \times \frac{9\sqrt{11}}{2} \times 27 = \frac{243\sqrt{11}}{4}(\text{cm}^2)$$

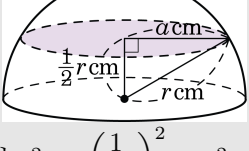
13. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고
 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$
 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



- ① $6\pi\text{cm}^2$ ② $12\pi\text{cm}^2$ ③ $18\pi\text{cm}^2$
 ④ $24\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가
 $6\pi\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이
 를 $a\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$
 $\therefore a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$$\frac{3}{4}r^2 = 6, r^2 = 8$$

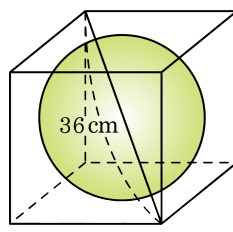
반구의 겉넓이 = 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ + 밑면의 넓이

$$\text{구의 겉넓이} \times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\text{밑면의 넓이} = \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 36 \quad \therefore a = 12\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{(구의 반지름의 길이)} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{(구의 부피)} = \frac{4}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^3 = 864\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

15. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$
- ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

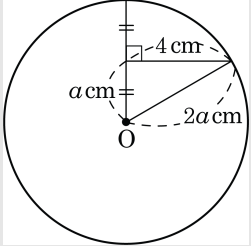
$$4a^2 = 16 + a^2$$

$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

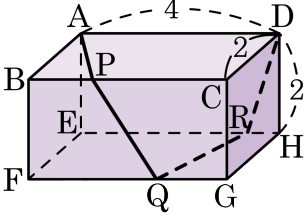
구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대입})$$

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



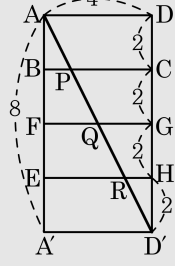
16. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R
를 잡을 때, $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은?



- ① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

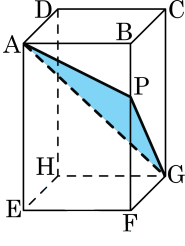
해설

전개도를 그려 보면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
 $\sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

17. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\text{ cm}$, $\overline{BC} = 1\text{ cm}$, $\overline{AE} = 4\text{ cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



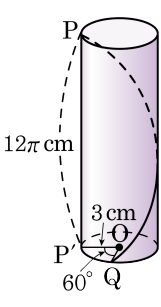
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $5 + \sqrt{21}\text{ cm}$

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (cm)}$
 또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21} \text{ (cm)}$
 $\therefore (\triangle APG \text{의 둘레의 길이}) = 5 + \sqrt{21} \text{ (cm)}$

18. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{OP'}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP' 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle P'OQ = 60^\circ$ 가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.

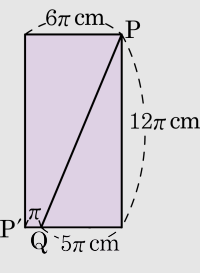


▶ 답 : cm

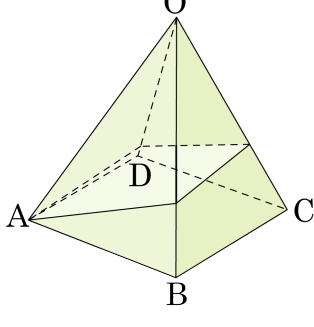
▷ 정답 : 13π cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{P'Q} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 6\pi \\ &= \pi \text{ (cm)} \\ \overline{QP} &= \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} \\ &= 13\pi \text{ (cm)} \\ \therefore &13\pi \text{ cm}\end{aligned}$$



19. 다음과 같이 $\overline{OA} = 10$ 인 정사각뿔의 한 꼭짓점 A 에서 옆면을 따라 모서리 OB, OC, OD 를 거쳐 다시 A 로 돌아오는 가장 짧은 경로의 길이를 구하여라. (단, $\angle OBA = 75^\circ$)



▶ 답 :

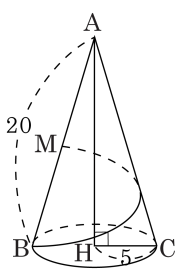
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

정사각뿔의 옆면은 합동인 4 개의 이등변삼각형으로 이루어지고 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30^\circ$ 이므로 구하는 최단거리는 두 변의 길이가 10 이고, 그 끼인 각이 120° 인 이등변삼각형의 가장 긴 변의 길이와 같다.

$$\therefore 2 \times 10 \times \sin 60^\circ = 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

20. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20 이고, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $10\sqrt{5}$

해설

전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,
 $2\pi \times 20 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 5 \quad \therefore x = 90^\circ$
 최단거리 $\overline{MB} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$

