1. 세 변의 길이가 각각 3, a, 5 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ? (단, 가장 긴 변의 길이는 5 이다.)

① $1 < a < 3$ ② $1 < a < 4$ ③ $2 < a < 4$

④ $3 < a < 5$ ⑤ $3 < a < 6$

해설

i) $3 + a > 5,\ a > 2$
ii) $3^2 + a^2 < 5^2,\ a < 4$
iii) $a < 5$
$\therefore\ 2 < a < 4$

2. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이의 최솟값은?

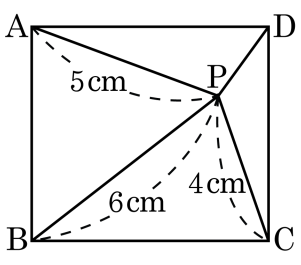
① 9 ② 12 ③ 17

④ 20 ⑤ 답이 없다.

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우와, $\overline{AC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우 두 가지의 직각삼각형을 만들 수 있다.
$\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우에 $\overline{AC}$ 의 길이가 더 짧으므로, 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$
$\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\,\text{cm}, \overline{BP} = 6\,\text{cm}, \overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\text{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\text{cm}$
④ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

해설

$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{PD} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

4. 넓이가 $25\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이는?

① 10 cm　② 12 cm　③ 13 cm　④ 14 cm　⑤ 15 cm

해설

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 25\sqrt{3}$

$\therefore\ a = 10$

5. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

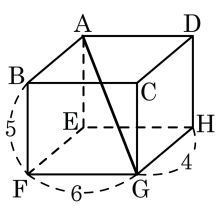
높이를 x라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2} = 3\sqrt{6}$

$x^2 = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG 의 길이를 구하여라.



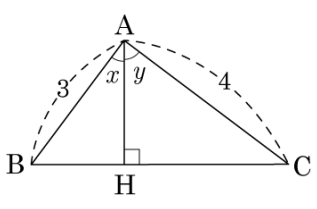
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{77}$

해설

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{4^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 25 + 36} = \sqrt{77}$

7. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\angle BAC = 90°$ 일 때, $\cos x + \sin y$ 의 값은?



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설

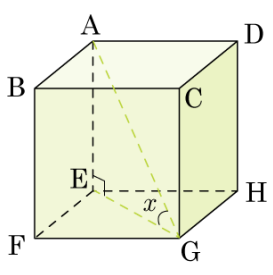
$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\angle ABH = y$, $\angle ACH = x$

$\triangle ABC$ 에서 $\cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$, $\sin y = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$

$\therefore \cos x + \sin y = \frac{8}{5}$

8. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 1 인 정육면체에서 $\angle AGE$ 가 x 일 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{c}$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.(단, a, b, c는 유리수)



▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\overline{AG} = \sqrt{3}$
$\overline{EG} = \sqrt{2}$
$\overline{AE} = 1$ 이므로

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

따라서 $a+b+c = 12$ 이다.

9. $A+B=90°$ (단, $A>0°$, $B>0°$)일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

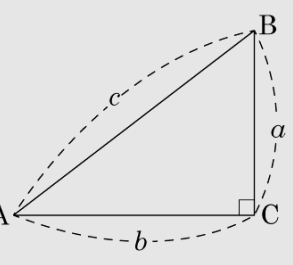
① $\cos(90°-A)=\sin A$　② $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

③ $\sin A \div \cos B=1$　④ $\tan A+\tan B=1$

⑤ $\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$

해설

A 와 B 의 합이 $90°$ 이므로



① $\cos(90°-A)=\cos B=\dfrac{a}{c}=\sin A$

$\therefore \cos(90°-A)=\sin A$

② $\sin^2 A+\cos^2 A=\left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(\dfrac{b}{c}\right)^2$

$=\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=\dfrac{c^2}{c^2}=1$

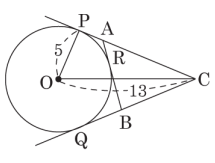
$\therefore \sin^2 A+\cos^2 A=1$

③ $\sin A \div \cos B=\dfrac{a}{c}\div\dfrac{a}{c}=1$

④ $\tan A+\tan B=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}\neq 1$

⑤ $\tan A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{a\div c}{b\div c}=\dfrac{\sin A}{\cos A}$

10. 다음 그림에서 $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$, $\overline{AB}$ 는 반지름이 5 인 원 O 의 접선이고 점 P, R, Q 는 접점이다.
$\overline{OP} = 5$, $\overline{OC} = 13$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

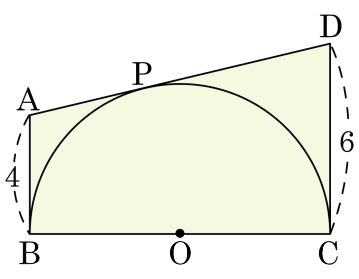


① 12 ② 16 ③ 18 ④ 24 ⑤ 28

해설

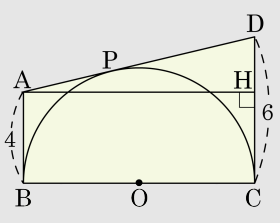
$\triangle OCP$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{PC} = 12$
접선의 길이는 같으므로 $\overline{PA} = \overline{AR}$, $\overline{QB} = \overline{BR}$
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이
$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$
$= \overline{AR} + \overline{BR} + \overline{BC} + \overline{CA}$
$= \overline{PA} + \overline{QB} + \overline{BC} + \overline{CA}$
$= \overline{PC} + \overline{QC}$
$= 24$

11. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

해설



위의 그림에서 $\overline{AP} = 4, \overline{PD} = 6, \overline{DH} = 2$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$

따라서, $\overline{BC} = 4\sqrt{6}$

12. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.
(단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)

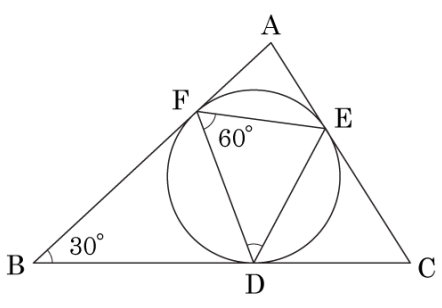
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AT} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB} = 8\,\text{cm}$

13. 다음 그림과 같이 △ABC 의 내접원과 △DEF 의 외접원이 같을 때, ∠EDF 의 크기는?

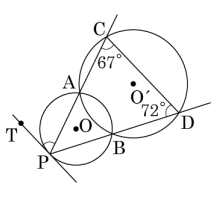


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

∠BFD = ∠BDF = 75°(∵ $\overline{BF} = \overline{BD}$)
∠AFE = 180° − 75° − 60° = 45°
접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같기 때문에
∴ ∠EDF = ∠AFE = 45°

14. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{PT}$ 가 원 O 의 접선이고, 두 점 A, B 는 두 원의 교점이다. $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 와 원 O′ 이 만나는 점을 각각 C, D 라고 할 때, $\angle APT$ 의 크기는?

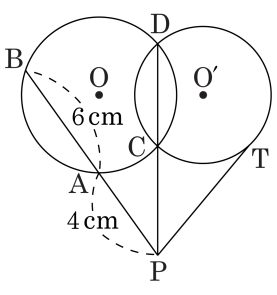


① 66° ② 67° ③ 68° ④ 69° ⑤ 70°

해설

$\triangle APB$ 에서 $\angle APT = \angle ABP$
$\square ABDC$ 에서 $\angle ABP = \angle ACD = 67°$
$\therefore \angle APT = 67°$

15. 다음 그림에서 점 P 는 두 원 O, O′ 의 현 DC 의 연장선 위의 점이고, $\overline{PT}$ 는 원 O′ 의 접선이다. $\overline{PA} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{10}$
④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서
$\overline{PT^2} = 4 \times 10 = 40$
$\therefore \overline{PT} = 2\sqrt{10}\,(\text{cm})\,(\because \overline{PT} > 0)$

16. 다음 도수분포표는 민지네 반 10명의 던지기 기록을 나타낸 표이다. 던지기 기록의 평균은?

거리(m)	도수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	1
$5^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
$10^{\text{이상}} \sim 15^{\text{미만}}$	4
$15^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	3
합계	10

① 10 m ② 12 m ③ 14 m ④ 16 m ⑤ 20 m

해설

계급값이 각각 2.5, 7.5, 12.5, 17.5 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{(2.5\times 1 + 7.5\times 2 + 12.5\times 4 + 17.5\times 3)}{10}$$

$$= \frac{120}{10} = 12(\text{m})$$

17. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 20 명의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

계급(점)	도수(명)
$30^{\text{이상}} \sim 40^{\text{미만}}$	3
$40^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	x
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	1
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	y
$70^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	4
$80^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	2
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	2
합계	20

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$3+x+1+y+4+2+2=20$

$x+y=8 \cdots$㉠

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로

$\frac{35\times3+45\times x+55\times1+65\times y+75\times4}{20}+\frac{85\times2+95\times2}{20}=65$

$\frac{820+45x+65y}{20}=65,\ 45x+65y=480$

$9x+13y=96 \cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=6$

18. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준이의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키 (cm)	176	x	174	y	172

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 준호 : 177 cm

▷ 정답 : 성준 : 176 cm

해설

$\frac{176+x+174+y+172}{5} = 175$, $x+y=353$ 이다.

$\frac{1+(x-175)^2+1+(y-175)^2+9}{5} = 3.2$, $(x-175)^2+(y-175)^2=5$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x=177$, $y=176$ 이다.

19. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

① C>A=B ② A>B=C ③ C>A>B
④ B>C>A ⑤ A=B=C

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

20. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2 배만큼 크다.

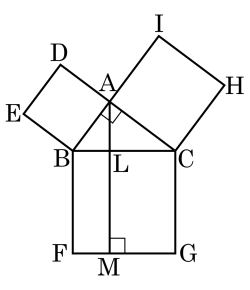
④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4 배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

21. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BH} = \overline{AG}$

② $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$

③ $\triangle ACH = \triangle LMC$

④ $\triangle ADB = \frac{1}{2}\square BFML$

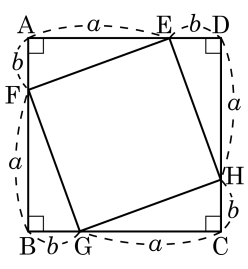
⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2}\square ACHI$

해설

⑤ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\square ACHI = \overline{AC}^2$ 이므로 $\triangle ABC \neq \frac{1}{2}\square ACHI$ 이다.

22. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?



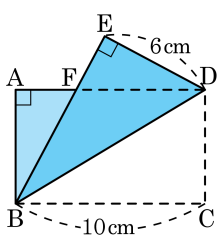
① $\sqrt{29}\,\mathrm{cm}^2$ ② $29\,\mathrm{cm}^2$ ③ $2\sqrt{30}\,\mathrm{cm}^2$

④ $30\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $31\,\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{\mathrm{EF}} = \sqrt{29} = \overline{\mathrm{FG}} = \overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{HE}}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $29\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

23. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{FD}$ 의 길이는?



① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{32}{5}$ ③ $\frac{34}{5}$ ④ 6 ⑤ 8

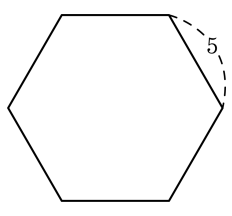
해설

$\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동), $\overline{FD} = x$ 로 놓으면, $\overline{AF} = 10 - x, \overline{BF} = x$

$\triangle ABF$ 에서, $x^2 = 6^2 + (10 - x)^2$

$\therefore\ x = \frac{34}{5}$

24. 한 변의 길이가 5 인 정육각형의 넓이는?



① $\frac{75\sqrt{3}}{2}$ ② $75\sqrt{3}$ ③ $\frac{75\sqrt{3}}{4}$

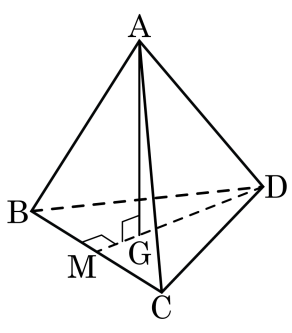
④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $25\sqrt{5}$

해설

(정육각형의 넓이)
= (한 변이 5인 정삼각형의 넓이) × 6

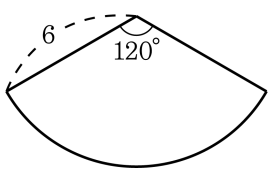
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 5^2 \times 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

25. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 △BCD 의 무게중심이다. $\overline{GM} = 2\sqrt{5}$cm 일 때, 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad

26. 반지름이 6 이고 중심각이 120° 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 틀린 것을 모두 고르면?



① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.

④ 원뿔의 높이는 4 이다.

⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면

$2\times 6\times\pi\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=2\times r\times\pi\therefore r=2$

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

③부채꼴 호의 길이는 $2\pi\times 6\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=4\pi$이다.

④원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이다.

⑤원뿔의 부피는 $2\times 2\times\pi\times 4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$이다.

27. 다음 그림과 같이 높이가 10π cm 인 원기둥에서 점 A 에서 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 $6\sqrt{5}\pi$ cm 일 때, 원기둥의 밑면의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

원기둥의 전개도를 그려보면 밑면 둘레의 길이는

$\sqrt{(6\sqrt{5}\pi)^2 - (10\pi)^2}$

$= \sqrt{(180-100)\pi^2}$

$= 4\sqrt{5}\pi$ (cm) 이다.

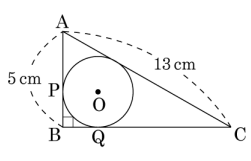
밑면 둘레의 길이는

$2\pi r = 4\sqrt{5}\pi$ (cm) 이다.

$\therefore\ r = 2\sqrt{5}$ (cm)

밑면의 넓이는 $\pi r^2 = (2\sqrt{5})^2\pi = 20\pi$ (cm^2)

28. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원 O 가 세 점 P, Q, R 에서 접한다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 4π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$ 이므로

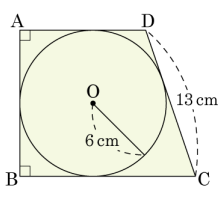
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내접원 O 의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$ 이라 하면 $\triangle ABC = \triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $30 = \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r + \frac{1}{2} \times 13 \times r$

$30 = 15r \quad \therefore r = 2(\text{cm})$ 이다.

따라서 원 O 의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

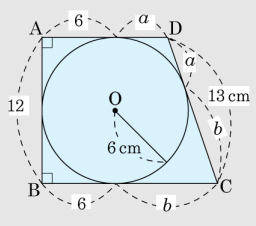
29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 60cm^2 ② 64cm^2 ③ 72cm^2

④ 100cm^2 ⑤ 150cm^2

해설



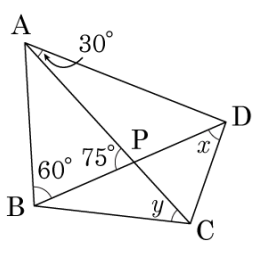
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\square\text{ABCD 의 넓이} = \frac{1}{2}\{(6+a)+(6+b)\}\times 12$$
$$= 6(12+a+b)$$

$a+b=13(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $6\times(12+13)=150(\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 90 °

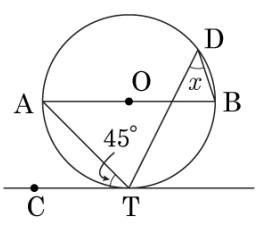
해설

$\angle BAC = \angle BDC = x$ 이므로 $x° = 180° - (60° + 75°) = 45°$

$\angle DAC = \angle DBC = 30°$ 이므로 $y° = 180° - (45° + 60° + 30°) = 45°$

$\therefore\ x + y = 45 + 45 = 90$

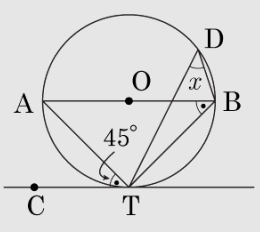
31. 다음 그림에서 x 의 값은?



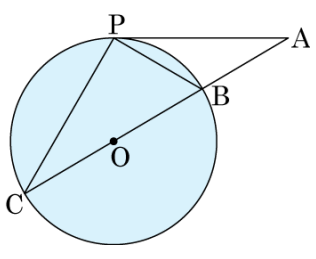
① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

해설

점 B 와 T 에 보조선을 그으면
$\angle ATB = 90°$ 이고
$\angle ABT = \angle ATC = 45°$ 이므로 $\angle A = 45°$, $\angle x = \angle A = 45°$ $\therefore x = 45°$



32. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심, 직선 AP 는 원의 접선이다. $\angle PBA = 120°$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{PB}$ 를 간단한 비로 나타내면 $m : n$ 이다. $m + n$ 의 값을 구하여라.



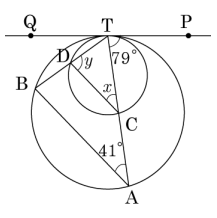
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle CPB = 90°$ 이므로
$\angle BPA = 30°$
$\angle PCB = 30°$
$\angle PBA = 120°$
$\therefore \angle PAB = 30°$
$\triangle PBA$는 $\angle PAB = \angle APB$ 인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AB} : \overline{PB} = 1 : 1$

33. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원의 접선이다. $\angle PTA = 79°$, $\angle CAB = 41°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

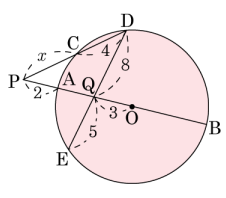


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\angle y = \angle PTC = 79°$
$\angle QTB = \angle BAT = 41°$
$\angle x = \angle QTD = 41°$
$\therefore \angle x + \angle y = 41° + 79° = 120°$

34. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 점 Q 는 두 현 AB, DE 의 교점이다. 현 AB 가 원의 지름일 때 $\overline{CP}$ 의 길이 x 를 구하면?

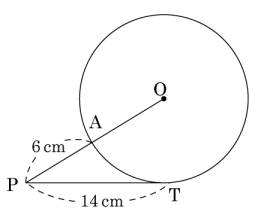


① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\overline{OA}=\overline{OB}=$ r 이라 하면, $\overline{QA}=r-3$, $\overline{QB}=r+3$
$\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QD}\cdot\overline{QE}$ 이므로 $(r-3)(r+3)=8\times5$
$r^2-9=40$, $r^2=49$
$r>0$ 이므로 $r=7$
두 할선의 비례 관계에 의하여
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 이므로
$2\times(2+14)=x\times(x+4)$
$x^2+4x-32=0$, $(x+8)(x-4)=0$
$x>0$ 이므로 $x=4$

35. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이다. 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

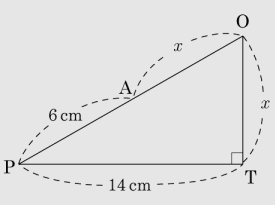


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$ cm

해설

원 O 의 반지름 $\overline{AO}$, $\overline{TO}$ 를 x 라고 하면



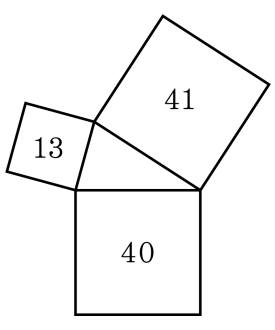
$(6+x)^2 = x^2 + 14^2$

$36 + 12x + x^2 = x^2 + 196$

$12x = 160$

$\therefore\ x = \frac{160}{12} = \frac{40}{3}(\text{cm})$

36. 다음 그림과 같이 삼각형 모양의 저수지 주변에 만든 정사각형 모양의 토지의 넓이가 각각 $13, 40, 41$ 일 때, 저수지의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

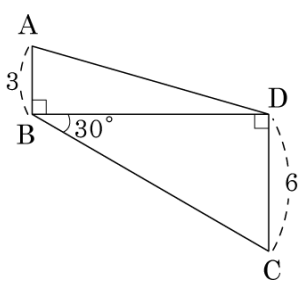
▷ 정답: 11

해설

정사각형의 넓이 13, 40, 41 은 각각 $13 = 2^2 + 3^2$, $40 = 2^2 + 6^2$, $41 = 4^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 6 , 세로의 길이가 5 인 직사각형 ABCD 에$\overline{PQ} = \sqrt{13}$,$\overline{PC} = \sqrt{41}$, $\overline{QC} = \sqrt{40}$ 인 두 점 P, Q 를 잡을 수 있다.

(삼각형의 넓이)$= (6 \times 5) - (3 + 10 + 6) = 11$

37. 다음 그림의 □ABCD 에서 ∠ABD = ∠BDC = 90°, ∠DBC = 30° 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답:

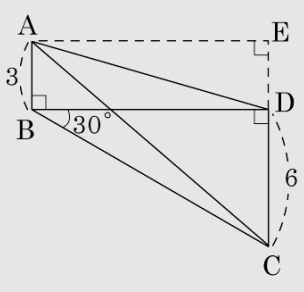
▶ 답:

▷ 정답: $\overline{AC} = 3\sqrt{21}$

▷ 정답: $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$

해설

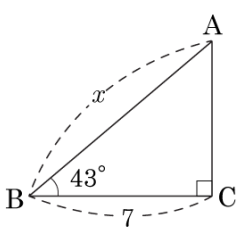
대각선 BD 의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.



△ACE 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 3 + 6 = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$

38. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 x 라 할 때, x 값으로 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① $\dfrac{7}{\cos 43°}$ ② $7\cos 43°$ ③ $7\sin 43°$

④ $\dfrac{7}{\sin 43°}$ ⑤ $\dfrac{7}{\sin 47°}$

해설

$\cos B = \cos 43° = \dfrac{7}{x}$

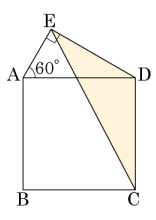
따라서 $x = \dfrac{7}{\cos 43°}$ 이다.

$\angle A = 90° - 43° = 47°$ 이므로

$\sin A = \sin 47° = \dfrac{7}{x}$

따라서 $x = \dfrac{7}{\sin 47°}$ 이다.

39. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $72cm^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EDA = 30°$

$\overline{AD} = \overline{DC} = x$ 라 하면

$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ (색칠한 부분의 넓이)

$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60° = \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 72$

$\frac{3}{8}x^2 = 72 \quad \therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

40. $\tan(A-15^\circ)=1$ 이고, $x^2-2x\tan A-3(\tan A)^2=0$ 의 두 근을 구하면? (단, $0^\circ<A<90^\circ$)

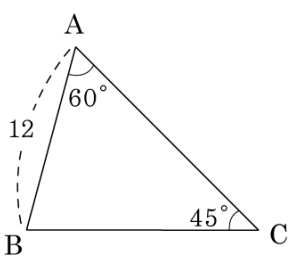
① $3\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3},\ \sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3},\ -3\sqrt{3}$

해설

$\tan 45^\circ=1$ 이므로 $A-15^\circ=45^\circ$, $A=60^\circ$ 이다. 따라서 $x^2-2\tan 60^\circ x-3(\tan 60^\circ)^2=x^2-2\sqrt{3}x-9=0$ 이다. 근을 구하면 $(x-3\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$, $x=3\sqrt{3},\ -\sqrt{3}$ 이다.

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

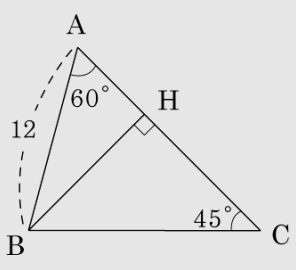


▶ 답:

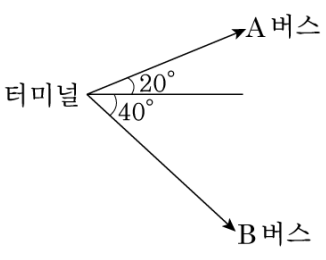
▷ 정답: $54+18\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = 12\cos 60° = 6$
$\overline{BH} = \overline{CH} = 12\sin 60° = 6\sqrt{3}$
$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 6 + 6\sqrt{3}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 12 \times \left(6 + 6\sqrt{3}\right) \times \sin 60° =$
$54 + 18\sqrt{3}$ 이다.



42. 터미널에서 같은 시각에 출발하는 버스 A, B 가 있다. A 버스는 시속 60km 로 북동쪽 20° 방향으로 직진하고 B 버스는 시속 90km 로 남동쪽 40° 방향으로 직진한다면, 터널에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 두 버스 사이의 거리는?



① $41\sqrt{7}$km ② $42\sqrt{7}$km ③ $43\sqrt{7}$km

④ $44\sqrt{7}$km ⑤ $45\sqrt{7}$km

해설

$1\text{시간 } 30\text{분} = \frac{3}{2}\text{시간}$

$\left(\frac{3}{2}\text{시간 동안 A버스가 간 거리}\right)$

$= 60 \times \frac{3}{2} = 90(\text{km})$

$\left(\frac{3}{2}\text{시간 동안 B버스가 간 거리}\right)$

$= 90 \times \frac{3}{2} = 135(\text{km})$

점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = 90\sin 60° = 45\sqrt{3}(\text{km})$

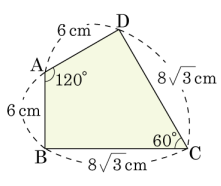
$\overline{OH} = 90\cos 60° = 45(\text{km})$

$\therefore \overline{BH} = 135 - 45 = 90(\text{km})$

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2} = \sqrt{(45\sqrt{3})^2 + 90^2}$

$= \sqrt{45^2(3+4)} = 45\sqrt{7}(\text{km})$

43. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $57\sqrt{3}\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

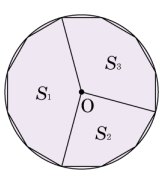
(□ABCD 의 넓이)= △ABD + △BCD

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 120° + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 57\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

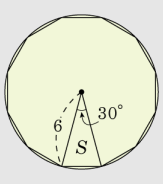
44. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_1 + S_3 - S_2$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 6 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30° = 9$

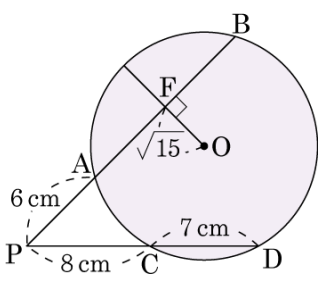
$S_1 = S \times 5 = 45$

$S_2 = S \times 3 = 27$

$S_3 = S \times 4 = 36$

따라서 $S_1 + S_3 - S_2 = 45 + 36 - 27 = 54$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 두 직선을 그어 원 O 와 만난 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 한다. $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{PC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{OF} = \sqrt{15}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하면?



① $6\pi\text{cm}$ ② $8\pi\text{cm}$ ③ $10\pi\text{cm}$

④ $16\pi\text{cm}$ ⑤ $32\pi\text{cm}$

해설

1) $8 \times 15 = 6(6 + \overline{AB})$
$\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AF} = \overline{FB} = 7\,\text{cm}$
2) 반지름의 길이를 r 이라 하면
$(\sqrt{15})^2 + 7^2 = r^2$
$15 + 49 = 64 \therefore r = 8\,\text{cm}$
$\therefore$ 원 O 의 둘레$= 16\pi(\text{cm})$

46. 변량 $x_1, x_2, + \cdots + x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \cdots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{x_1, x_2, + \cdots + x_n}{n} = 4$$

$$\frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \cdots + (3x_n - 5) +}{n}$$

$$= \frac{3(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) - 5n}{n}$$

$$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$$

$$\frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9 \text{ 일 때,}$$

$$\frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$$

$$+ \frac{+ \cdots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$$

$$= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \cdots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n}$$

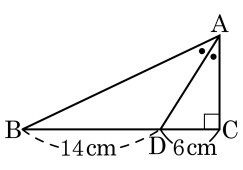
$$= \frac{9\{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2\}}{n}$$

$$= 9 \cdot 9 = 81$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 할 때, $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{14}$ cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 14 : 6$,
$\overline{AB} : \overline{AC} = 7 : 3$ 이다.
$\overline{AB} = 7x$, $\overline{AC} = 3x$ $(x > 0)$ 라 하면
$(7x)^2 = (3x)^2 + 400$
$40x^2 = 400$
$x = \sqrt{10}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} = 3\sqrt{10}(\text{cm})$
따라서 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AD} = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 + 6^2} = 3\sqrt{14}(\text{cm})$ 이다.

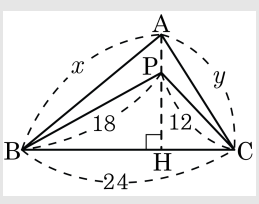
48. $\overline{BC} = 24$, $\overline{AB} - \overline{AC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = 18$, $\overline{CP} = 12$ 일 때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

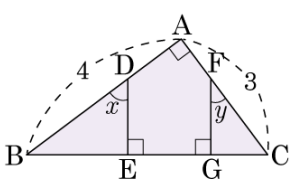
다음 그림과 같이 변 AB 의 길이를 x , 변 AC 의 길이를 y 라 하면 $x - y = 5$
선분 BH 의 길이를 a 라 하면 선분 HC 는 $24 - a$ 이다.



$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = x^2 - a^2$
$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH}^2 = y^2 - (24 - a)^2$
$\therefore\ x^2 - a^2 = y^2 - (24 - a)^2 \cdots ①$

$\triangle PBH$ 에서 $\overline{PH}^2 = 18^2 - a^2$
$\triangle PHC$ 에서 $\overline{PH}^2 = 12^2 - (24 - a)^2$
$\therefore\ 18^2 - a^2 = 12^2 - (24 - a)^2 \cdots ②$
① − ② 를 하면 $x^2 - 18^2 = y^2 - 12^2$
$\therefore\ x^2 - y^2 = 18^2 - 12^2 = 180 = (x + y)(x - y)$
이때 $x - y = 5$
$\therefore\ x + y = \dfrac{180}{5} = 36$
따라서 삼각형의 둘레의 길이는 $36 + 24 = 60$ 이다.

49. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}\perp\overline{BC}$, $\overline{FG}\perp\overline{BC}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$\overline{BC} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle C$이므로 $\sin x = \sin C = \frac{4}{5}$

$\triangle ABC$와 $\triangle GFC$에서 $\angle C$는 공통,

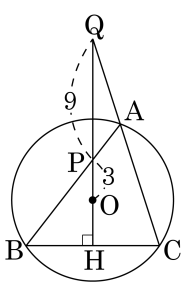
$\angle BAC = \angle FGC = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle GFC$(AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle B$ 이므로 $\cos y = \cos B = \frac{4}{5}$ 이다.

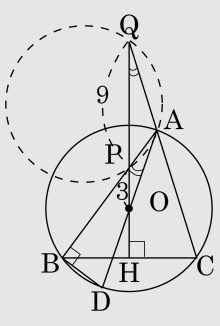
$\therefore \sin x - \cos y = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$

50. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P, $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{OP} = 3$, $\overline{PQ} = 9$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\overline{AO}$의 연장선과 원과의 교점을 D라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle QHC$ 에서
$\angle ADB = \angle ACB$,
$\angle ABD = \angle QHC = 90°$ 이므로
$\angle DAB = \angle CQH$ 이다. 따라서, $\overline{OA}$ 는 $\triangle AQP$ 의 외접원의 접선이다.
즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OP} \times \overline{OQ} = 3 \times 12 = 36$
$\therefore\ \overline{OA} = 6\ (\because\ \overline{OA} > 0)$