

1. $x > 0, y > 0$ 일 때 두 식 $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$ 를 바르게 비교한 것은?

① $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$

② $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$

③ $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$

④ $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$

⑤ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

2. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$

$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

3. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$

② $2^{10n} \leq 1000^n$

③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$

⑤ $2^{10n} = 1000^n$

4. 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 임을 증명하는 과정이다.
빈 칸 (가), (나), (다)에 들어갈 식 또는 기호가 순서대로 바르게 나열된
것을 고르면?

$$a > 0, b > 0 \text{ 일 때, } \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

(증명)

$$\boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}}$$

$$= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

$$\text{그런데, } \sqrt{a} + \sqrt{b} \boxed{\text{다}} 0,$$

$$\sqrt{a+b} \boxed{\text{다}} 0 \text{ 이므로 } \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

- ① $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, <$
- ② $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, >$
- ③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, <$
- ④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, >$
- ⑤ $(\sqrt{a+b})^2, (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, >$

5. 두 수 $2^{30}, 3^{20}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{30} > 3^{20}$

② $2^{30} \leq 3^{20}$

③ $2^{60} > 3^{20}$

④ $2^{60} \geq 3^{20}$

⑤ $2^{30} < 3^{20}$

6. 부등식 $3^{400} > 4^{100n}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

7. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $|x| + |y| \geq |x + y|$

㉡ $|x + y| \geq |x - y|$

㉢ $|x - y| \geq |x| - |y|$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

8. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x| + |y| \geq |x - y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠에 알맞은 것은?

증명

$$(|x| + |y|)^2 - |x - y|^2$$

$$= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2$$

$$= 2(|xy| + xy) \geq 0$$

$$\therefore (|x| + |y|)^2 \geq |x - y|^2$$

그런데 $|x| + |y| \geq 0$, $|x - y| \geq 0$ 이므로

$|x| + |y| \geq |x - y|$ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)

① $xy > 0$

② $xy < 0$

③ $xy \geq 0$

④ $xy \leq 0$

⑤ $xy = 0$

9. 다음 부등식에 관한 설명 중에서 옳은 것은? (단, a, b, x, y 는 실수임)

① $a \geq b \Leftrightarrow a - b \leq 0$

② $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ (단, $ax = by$ 일 때, 등호성립)

④ $a^2 + b^2 \geq ab$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

⑤ 두 양수 a, b 에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

10. 다음은 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 와 $xy + yz + zx$ 의 대소를 비교한 것이다. [가], [나] 에 알맞은 내용을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) \\ &= \frac{1}{2} \{2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx\} \\ &= \frac{1}{2} (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \} \text{ ([가]) } 0 \text{ 이므로} \\ & x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \text{ (단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)} \end{aligned}$$

① $<, x = y = z$

② $\leq, x = y = z$

③ $\geq, x = y = z$

④ $<, xy = yz = zx$

⑤ $\leq, xy = yz = zx$

11. 양수 a, b 가 $a + b = 1$ 을 만족시킬 때, 두 수 $P = a^3 + b^3$, $Q = a^2 + b^2$ 의 대소로 비교로 바른 것은?

① $P > Q$

② $P \geq Q$

③ $P = Q$

④ $P < Q$

⑤ $P \leq Q$

12. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$$1, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \sqrt{b} - \sqrt{a}, \quad \sqrt{b-a}$$

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

13. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x + 1 > 0$

㉡ $x^2 + xy + y^2 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $|x + y| \geq |x - y|$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 어느 학생이 x, y, z 의 평균 A 를 구하기 위하여 x, y 의 평균 C 를 먼저 구하고, C 와 z 의 평균 B 를 구하였다. 다음 중 옳은 것은?
(단, $x < y < z$)

① $B = A$

② $B < A$

③ $B > A$

④ $B \leq A$

⑤ $B \geq A$

15. 모든 실수 x, y 에 대하여 $(x+y)^2 \leq k(x^2 + y^2 - xy)$ 가 성립하기 위한 실수 k 의 최솟값은?

① $\frac{5}{2}$

② 4

③ $2\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$