

1. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3$, $a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

2. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 - 4x - 2$

② $y = x^2 + 4x + 2$

③ $y = -x^2 + 4x - 3$

④ $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로

$$3 = 4a + q, 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

3. $(-1, 7), (1, 1), (2, 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$

② $y = -x^2 - 3x + 1$

③ $y = x^2 - x + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 3$

⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고

$(-1, 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$

$(1, 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$

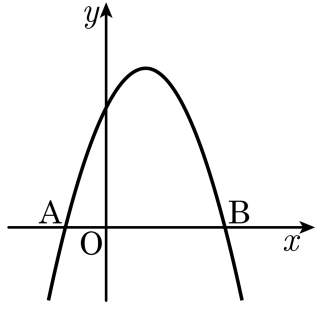
$(2, 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$a = 1, b = -3, c = 3$

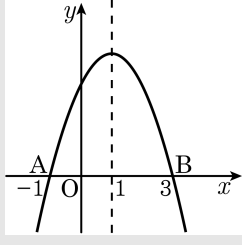
$\therefore y = x^2 - 3x + 3$

4. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



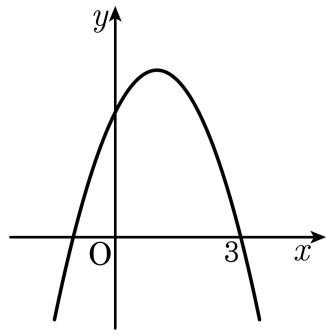
- ① 3 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설



$y = -x^2 + 2x + k = -(x - 1)^2 + 1 + k$
 대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 A(-1, 0), B(3, 0)
 $\therefore y = -(x + 1)(x - 3) = -x^2 + 2x + 3$
 따라서, $k = 3$ 이다.

5. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로
 $0 = -9 - 6a + 3, a = -1$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

$x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

6. 다음 [보기] 중 최솟값이 같은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -(x + 1)^2 - 3$

㉡ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

㉢ $y = -3x^2 - 6x - 6$

㉣ $y = x^2 - 3$

㉤ $y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 + 3$

㉥ $y = -x^2 + 3$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉥

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 a 의 부호가 양이고, q 의 값이 같은 것을 찾는다.

7. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3 \\ -a - 3 &= -4 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

9. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

10. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

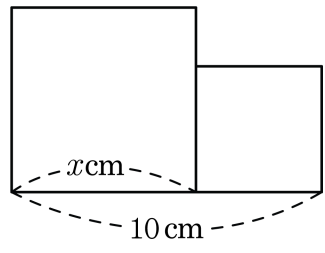
해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

11. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

13. 가로 길이가 6cm , 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

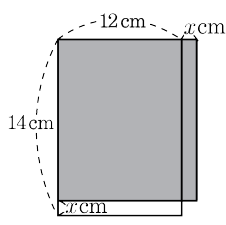
$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

14. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}y &= (12 + x)(14 - x) \\&= -x^2 + 2x + 168 \\&= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\&= -(x - 1)^2 + 169\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

15. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

16. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

17. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x , $x+4$ 라 하면

$$y = x^2 + (x+4)^2$$

$$= 2x^2 + 8x + 16$$

$$= 2(x+2)^2 + 8$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$$\therefore x = -2, x+4 = 2$$

따라서 구하는 두 수는 -2, 2

18. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100

② 121

③ 144

④ 169

⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

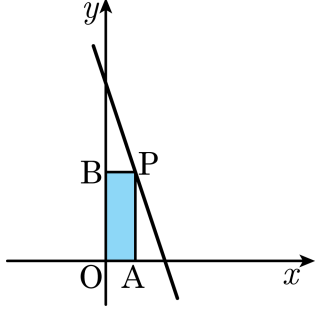
점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t, -t + 4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0, -t + 4)$
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$
 $t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4