

1. 다음은 1반 ~ 5반의 다섯 반에 대한 기말고사 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다.

이 자료의 분산을 구하여라.

학급(반)	1	2	3	4	5
편차(점)	-2	-1	2	0	1

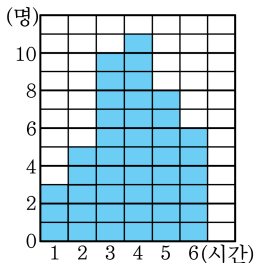
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 1^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

2. 다음은 희정이네 학급 43 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 그래프이다. 학생들의 운동시간의 중앙값과 최빈값은?



- ① 중앙값 : 3, 최빈값 : 3
 ② 중앙값 : 3, 최빈값 : 4
 ③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 3
 ④ 중앙값 : 4, 최빈값 : 4
 ⑤ 중앙값 : 5, 최빈값 : 5

해설

최빈값은 학생 수가 11 명으로 가장 많을 때인 4 이고, 운동시간을 순서대로 나열하면

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6 이므로 중앙값은 4 이다.

3. 양궁선수 A 는 5 회의 시합을 통하여 활을 쏜 기록의 평균을 9 점 이 되게 하고 싶다. 4 회까지의 기록의 평균이 8.75 점 일 때, 5 회에는 몇 점을 받아야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 10점

해설

4 회까지의 평균이 8.75 점 이므로 4 회 시합까지의 총점은
 $8.75 \times 4 = 35$ (점)

5 회 째의 기록을 x 점이라고 하면

$$\frac{35 + x}{5} = 9, \quad 35 + x = 45 \quad \therefore x = 10$$

따라서 10 점을 받으면 평균 9 점이 될 수 있다.

4. 다음은 두 양궁 선수 A , B 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 작은 선수를 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	8	9	8	7
B	7	10	8	6	9

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

A , B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 작은 선수는 A 이다.

5. 다음은 A , B 두 명의 학생의 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 큰 학생을 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	9	8	7	9
B	7	9	8	10	6

▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

A , B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 큰 학생은 B 이다.

6. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고

분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.
- ㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.
- ㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.
- ㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

8. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$$\therefore a+b+c = 18$$

따라서 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

9. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 61kg

③ 62kg

④ 63kg

⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore x = 320(\text{kg})$$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$$\frac{320}{5} = 64(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

10. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수

Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수

Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

11. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9, 8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

12. 5개의 변량 3, 5, x , 6, 8의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + x + 6 + 8}{5} = 6$$

$$22 + x = 30$$

$$\therefore x = 8$$

변량의 편차는 -3, -1, 2, 0, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

13. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

14. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} \\
 &= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \} \\
 &= \frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

15. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64 + 78}{2} = 71$, 최빈값은 78이다.

16. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

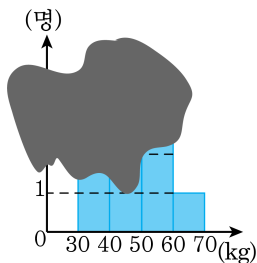
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.1 $=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

17. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
 &= \frac{490}{10} = 49 (\text{kg})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84
 \end{aligned}$$

이다.

18. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 :

$$\frac{1 + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 9}{40} + \frac{7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 + 10}{40} = 5$$

편차 : -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{분산 : } \frac{16 + 9 \times 3 + 4 \times 7 + 5}{40}$$

$$+ \frac{9 \times 2 + 16 + 25}{40} = 4$$

표준편차 : 2

19. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

20. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$

② $\frac{51}{3}$

③ $\frac{52}{3}$

④ $\frac{53}{3}$

⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$