

1. 다음 중 옳은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \subset B$

③ $\{4, 5\} \subset \{5, 2 \times 2\}$

④ $\{a, b, c, e\} \subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면, $\{1, 3, 5, 7\} \subset A$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \not\subset B$

④ $\{a, b, c, e\} \not\subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면,
 $\{1, 3, 5, 7\} \not\subset A$

2. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\emptyset$

② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

③ $\{2\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ 이므로

$\emptyset \subset A, \{3, 5\} \subset A$

3. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이고,
이 중 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이다.

따라서 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 16$
(개)

4. 자연수 집합의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 의 진부분집합의 개수와 $A \cup B$ 의 진부분집합의 개수의 합은?

① 46개

② 48개

③ 70개

④ 72개

⑤ 74개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로

$A \cap B = \{3, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

따라서 $A \cap B$ 의 진부분집합의 개수는 $2^3 - 1 = 7(\text{개})$ 이고,

$A \cup B$ 의 진부분집합의 개수는 $2^6 - 1 = 63(\text{개})$ 이므로 $63 + 7 = 70(\text{개})$

5. 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

원소 6 를 제외한 $\{4, 8\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{4, 8\}$ 의 4 개가 있으므로, 원소 6 을 반드시 포함하는 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합에는 $\{6\}$, $\{4, 6\}$, $\{6, 8\}$, $\{4, 6, 8\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $4 + 6 + 8 = 18$ 이다.

6. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

7. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

8. 두 집합 $A = \{1, 3, 6\}$, $B = \{x - 1, x + 4, 3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$A = B \text{ 이므로 } x - 1 = 1, x + 4 = 6$$

$$\therefore x = 2$$

9. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x\text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x\text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

10. 다음 집합의 관한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$

② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 6$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$

⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 1$

11. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{a, b\} \in A$

③ $\{c\} \subset A$

④ $\{b\} \in A$

⑤ $\{a, b, c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.

한편,

② $\{a, b\} \subset A$

③ $\{c\} \in A$

④ $\{b\} \subset A$

⑤ $\{a, b, \{c\}\} \subset A$

이다.

12. 다음은 두 집합 $A = \{x \mid x = 4k + 2, k \text{는 정수}\}$, $B = \{x \mid x = 4l - 2, l \text{는 정수}\}$ 가 서로 같은 집합임을 증명한 것이다. ㉔에 알맞은 것은?

(i) $x \in A$ 라고 하면 $x = 4k + 2$ (k 는 정수) 로 놓을 수 있다.

이때, $x = 4k + 2 = 4(k + 1) - 2$ 로 나타낼 수 있고, $k + 1$ 도 정수이므로 $x \in B$ 이다. $\therefore$ (㉔)

(ii) $x \in B$ 라고 하면 $x = 4l - 2$ (l 는 정수) 로 놓을 수 있다.

이때, $x = 4l - 2 = 4(l - 1) + 2$ 로 나타낼 수 있고 $l - 1$ 도 정수이므로 $x \in A$ 이다.

$\therefore B \subset A$

① $B \subset A$

② $A \subset B$

③ $A = B$

④ $A \neq B$

⑤ $x \in B$

해설

$x \in A$ 이면 $x \in B$ 임을 보이면 $A \subset B$

13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 와 B 를 각각 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 5\}$ 이다. 따라서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합은 $\emptyset$, $\{3\}$, $\{15\}$, $\{3, 15\}$ 이고 개수는 4개이다.

14. $U = \{a, b, c, d, e\}$ 일 때, $\{d, e\} \cap A \neq \emptyset$ 을 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하면?

① 8개

② 16개

③ 24개

④ 32개

⑤ 64개

해설

$\{d, e\} \cap A \neq \emptyset$ 이므로 집합 A 의 원소에는 $\{d\}$ 또는 $\{e\}$ 가 반드시 속한다.

$\{d\}$ 를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-1} = 16(\text{개})$, $\{e\}$ 를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-1} = 16(\text{개})$,

$\{d, e\}$ 를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-2} = 8(\text{개})$

$\therefore 16 + 16 - 8 = 24(\text{개})$

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 7\text{이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A \subset X$ 를 만족하는 집합 X 가 집합 B 의 진부분집합일 때, 집합 X 의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$A \subset X \subset B$ ($X \neq B$) 이어야 하므로 X 는 1, 3, 5, 7을 포함하는 B 의 진부분집합이다. $\therefore 2^2 - 1 = 3(\text{개})$

16. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합 M, N 에 대하여 $M = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$, $N = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$ 라고 할 때, $(M \cup N) \cap X = X$, $(M \cap N) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$M = \{2, 3, 5, 7\}$, $N = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $M \cup N = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$,
 $M \cap N = \{3, 5, 7\}$

따라서 X 는 $M \cup N$ 의 부분집합 중 3, 5, 7을 반드시 포함하는 집합이다.

그러므로 $2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

17. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 인 것은?

① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$

④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$

⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

해설

① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\} : A \not\subset B, B \not\subset A$

② $A = \emptyset, B = \{0\} : A \subset B, B \not\subset A$

③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
 $: A \not\subset B, B \subset A$

④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
 $: A \subset B, B \not\subset A$

⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
 $: A \subset B, B \subset A$
 $\therefore A = B$

18. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4\text{의 배수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

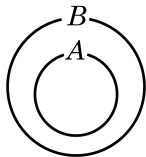
해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

19. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$ 의 관계가 다음의 벤 다이어그램과 같을 때, b 의 값으로 가능한 모든 자연수의 합을 구하여라. (단, $1 < b < 12$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

12의 약수가 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 이 약수의 배수의 집합이 12의 배수의 집합을 포함한다. 문제의 조건이 $1 < b < 12$ 이므로 $b = 2, 3, 4, 6$ 이고, 합은 15이다.

20. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, U 는 전체집합 이고, A^c 는 A 의 여집합이다.)

① $A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.

② $A = B^c$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.

③ $A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.

④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A^c \cup B = U$ 이다.

해설

① $A \subset B$ 이므로 $B^c \subset A^c$

② $A = B^c$ 이므로 $A \cup B = B^c \cup B = U$

③ 예를 들어 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A \cap B = \emptyset$ 이지만 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \neq U$ 이므로 옳지 않다.

④ $A \subset B, A \subset C$ 이므로 $A \subset (B \cap C) \subset (B \cup C)$
 $\therefore A \subset (B \cup C)$

⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 에서 $(A \cap B^c)^c = \emptyset^c$
 $\therefore A^c \cup B = U$

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\textcircled{\Gamma} X \subset A$$

$$\textcircled{\text{L}} 2 \in X$$

$$\textcircled{\text{E}} n(X) \leq 3$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 11 개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

집합 X 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3개 이하인 A 의 부분 집합이므로

$\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11 개이다.

22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?

① $A = B, B = C$ 이면 $A = C$ 이다.

② $A \supset B, B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.

③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

④ $A \supset B, B \supset C, C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들면 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{6, 7, 8, 9\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$ 는 아니다.