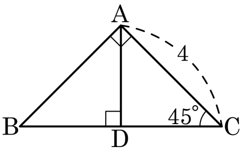
1. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

3. 철수의 4회에 걸친 수학 성적이 $80, 82, 86, 76$이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84점이 되겠는가?

① 90점 ② 92점 ③ 94점 ④ 96점 ⑤ 98점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80+82+86+76+x}{5} = 84$$

$$\frac{324+x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{점})$$

4. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 2^{\text{미만}}$	4
$2^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	2
$4^{\text{이상}} \sim 6^{\text{미만}}$	18
$6^{\text{이상}} \sim 8^{\text{미만}}$	6
$8^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
합계	32

① 5, 1 ② 5, 2 ③ 5, 4 ④ 6, 3 ⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1\times4+3\times2+5\times18+7\times6+9\times2}{32}$$

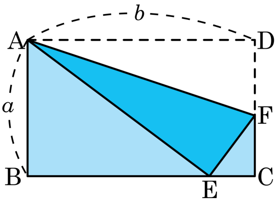
$$=5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2\times4+(-2)^2\times2}{32}$$

$$+\frac{0^2\times18+2^2\times6+4^2\times2}{32}=4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4}=2$$

5. 직사각형 ABCD 에서 꼭짓점 D 를 $\overline{BC}$ 위의 점 E 에 오도록 접었을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{BE} = \sqrt{b^2 - a^2}$	㉡ $\angle BAE = \angle CFE$
㉢ $\triangle AEF \equiv \triangle ADF$	㉣ $\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{DF}$
㉤ $\overline{CF} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{BE}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $\overline{BE} = \sqrt{b^2 - a^2}$ 이다.

$\angle BAE \neq \angle CFE$, $\angle EAF = \angle DAF$, $\overline{AF}$ 는 공통이므로 $\triangle AEF \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

$\overline{CE} \neq \overline{CF} \neq \overline{DF}$, $\overline{CF} : \overline{CE} \neq \overline{AB} : \overline{BE}$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

6. 넓이가 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하면?

① $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

④ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3},\ a^2 = 72,\ a = 6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

따라서 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})$ 이다.

7. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$6 + 8 > x(\mathrm{m})$ 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$

$\therefore x = 10\,(\mathrm{cm})$

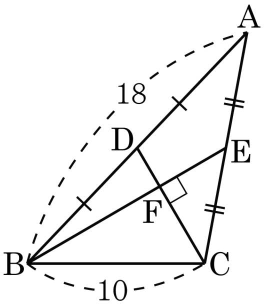
④ $x < 8$ 이면

$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$

$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

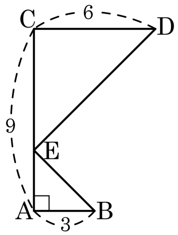
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

9. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?



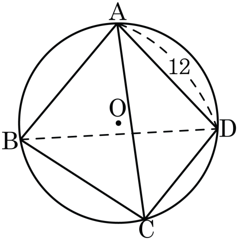
① 3 ② 6 ③ 9

④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D′ 이라고 하면
$\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.
$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

10. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

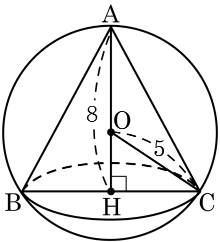
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에 내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{74}{3}\pi$ ② $\dfrac{86}{3}\pi$ ③ $\dfrac{92}{3}\pi$

④ $\dfrac{112}{3}\pi$ ⑤ $\dfrac{128}{3}\pi$

해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH}=3$ 이고 $\overline{CH}=4$ 이다.

따라서 원뿔의 부피는 $\pi\times4^2\times8\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{128}{3}\pi$ 이다.

12. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2, b^2, 9 의 평균은?

① 16　② 17　③ 19　④ 21　⑤ 23

해설

변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4} = 5, \quad a+b+10 = 20$$

$\therefore a+b = 10 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$

$\therefore \ a^2+b^2-10(a+b) = -40 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore \ a^2+b^2 = 10(a+b)-40 = 10\times10-40 = 60$

따라서 7, a^2, b^2, 9 의 평균은

$\dfrac{7+a^2+b^2+9}{4} = \dfrac{16+60}{4} = 19$ 이다.

13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12\quad \cdots\cdots ㉠$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times 12}{3}=12$$

따라서 분산은

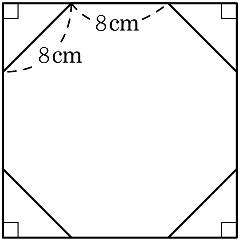
$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times 3}{3}$$

$$=\frac{9\times 54-72\times 12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$=18$

14. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm ② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm ④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{8}=45°$

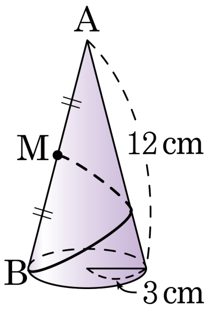
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

15. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12cm 이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔에서 모선 AB 의 중점을 M 이라 하자. 점 B 에서 원뿔의 옆면을 따라 점 M 에 이르는 최단 거리를 구하면?



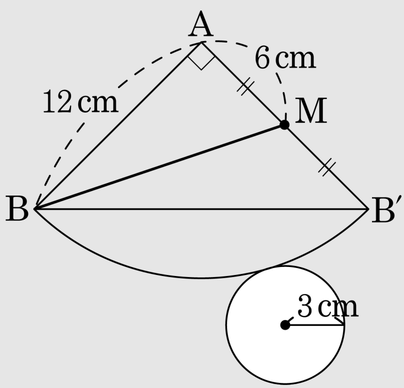
① $6\sqrt{5}$ cm　② $5\sqrt{6}$ cm　③ 5 cm
④ $5\sqrt{3}$ cm　⑤ $6\sqrt{2}$ cm

해설

전개했을 때 부채꼴의 중심각을 x 라 하면, 부채꼴의 호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같으므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$\therefore x = 90°$



$\therefore$ 최단 거리 $\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$(cm) 이다.