1. 두 함수 $f(x)=x^2-x$, $g(x)=2x+1$에 대하여 $(f\circ g\circ f)(1)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1)=0$이므로 $(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(0)=1$

$\therefore\ (f\circ g\circ f)(1)=f(1)=0$

2. 함수 $f(x)=2x+6,\ g(x)=ax-1$에 대하여 $f\circ g=g\circ f$일 때, a의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$(f\circ g)(x)=2g(x)+6=2(ax-1)+6$
$=2ax+4\ \cdots$㉠
$(g\circ f)(x)=af(x)-1=a(2x+6)-1$
$=2ax+6a-1\ \cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $2ax+4=2ax+6a-1$
$4=6a-1$
$\therefore\ a=\frac{5}{6}$

3. 두 함수 $f(x)=x+3$, $g(x)=2x-1$ 에 대하여 $(f\circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f\circ g)(x)=2x+5$ ② $(f\circ g)(x)=2x+2$

③ $(f\circ g)(x)=x$ ④ $(f\circ g)(x)=-x+1$

⑤ $(f\circ g)(x)=3x-4$

해설

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(2x-1)=(2x-1)+3=2x+2$

4. 두 함수 $f(x)=2x+5$, $g(x)=-3x+k$에 대하여 $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

$(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$에서
$-6x+2k+5=-6x-15+k$
$\therefore\ k=-20$

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가 $f\left(\frac{x+1}{2}\right)=3x+2$를 만족할 때, $f\left(\frac{1-2x}{3}\right)$와 같은 것은?

① $3-2x$ ② $1-4x$ ③ $1-3x$
④ $1-2x$ ⑤ $3-4x$

해설

$f\left(\frac{x+1}{2}\right)=3x+2$ 에서 $\frac{x+1}{2}=t$ 라고 하면

$x=2t-1$ 이므로 $f(t)=3(2t-1)+2=6t-1$

$$f\left(\frac{1-2x}{3}\right)=6\left(\frac{1-2x}{3}\right)-1$$
$$=2-4x-1=1-4x$$

6. 함수 $f(x) = -x,\ g(x) = 2x-1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 인 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $y = \frac{1}{4}x + 2$ ② $y = \frac{1}{4}x - 2$ ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면,
$(h \circ g \circ f)x = (h \circ g)(f(x)) = f(x)$ 에서 $h \circ g = I$
즉 $(h \circ g)(x) = x,\ a(2x-1) + b = x$
$x = 1$ 일 때, $a + b = 1$
$x = 0$ 일 때, $-a + b = 0$
$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = \frac{1}{2}$
따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

7. 함수 $f(x)=\dfrac{-3x+1}{x+3}$ 에 대하여 $f^{1}=f,\ f^{n+1}=f\circ f^{n}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 이라 할 때, $f^{2006}(-2)+f^{2007}(-2)$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$f(-2)=\frac{6+1}{-2+3}=7$$
$$f^{2}(-2)=f(f(-2))=f(7)=-2$$
$$f^{3}(-2)=f(f^{2}(-2))=f(-2)=7$$
$$f^{4}(-2)=f(f^{3}(-2))=f(7)=-2$$
$$\vdots$$
$$f^{2006}(-2)=-2$$
$$f^{2007}(-2)=7$$
$$\therefore\ f^{2006}(-2)+f^{2007}(-2)=-2+7=5$$