

1. 두 함수 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$

$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

2. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

3. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = 2x + 5$

② $(f \circ g)(x) = 2x + 2$

③ $(f \circ g)(x) = x$

④ $(f \circ g)(x) = -x + 1$

⑤ $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 1) = (2x - 1) + 3 = 2x + 2$$

4. 두 함수 $f(x) = 2x+5$, $g(x) = -3x+k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

- ① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= (g \circ f)(x) \text{에서} \\ -6x + 2k + 5 &= -6x - 15 + k \\ \therefore k &= -20\end{aligned}$$

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f\left(\frac{1-2x}{3}\right)$ 와 같은 것은?

① $3-2x$

② $1-4x$

③ $1-3x$

④ $1-2x$

⑤ $3-4x$

해설

$$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 3x+2 \text{ 에서 } \frac{x+1}{2} = t \text{ 라고 하면}$$

$$x = 2t - 1 \text{ 이므로 } f(t) = 3(2t - 1) + 2 = 6t - 1$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1-2x}{3}\right) &= 6\left(\frac{1-2x}{3}\right) - 1 \\ &= 2 - 4x - 1 = 1 - 4x \end{aligned}$$

6. 함수 $f(x) = -x$, $g(x) = 2x-1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = f(x)$ 인 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $y = \frac{1}{4}x + 2$

② $y = \frac{1}{4}x - 2$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + 2$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면,

$(h \circ g \circ f)x = (h \circ g)(f(x)) = f(x)$ 에서 $h \circ g = I$

즉 $(h \circ g)(x) = x$, $a(2x-1) + b = x$

$x = 1$ 일 때, $a + b = 1$

$x = 0$ 일 때, $-a + b = 0$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

따라서 $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

7. 함수 $f(x) = \frac{-3x+1}{x+3}$ 에 대하여 $f^1=f$, $f^{n+1} = f \circ f^n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f^{2006}(-2) + f^{2007}(-2)$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$f(-2) = \frac{6+1}{-2+3} = 7$$

$$f^2(-2) = f(f(-2)) = f(7) = -2$$

$$f^3(-2) = f(f^2(-2)) = f(-2) = 7$$

$$f^4(-2) = f(f^3(-2)) = f(7) = -2$$

$\vdots$

$$f^{2006}(-2) = -2$$

$$f^{2007}(-2) = 7$$

$$\therefore f^{2006}(-2) + f^{2007}(-2) = -2 + 7 = 5$$