

1. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$x^3 - 13x + 12 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

1		1	0	-13	12
			1	1	-12
		1	1	-12	0

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로
 $(x - 1)(x^2 + x - 12) = 0$
 $(x - 1)(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $\therefore -4 + 1 + 3 = 0$

2. 직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 ,

y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$a(x+2) + b(y-3) = 1, ax + by + 2a - 3b - 1 = 0$$

이 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 같으므로

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{-3} = \frac{2a - 3b - 1}{12}$$

이 식을 풀면 $a = 2, b = -3$ 이다.

$$\therefore a + b = -1$$

3. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x|x\text{는 }10\text{이하의 홀수}\}$

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 5, 7\}$

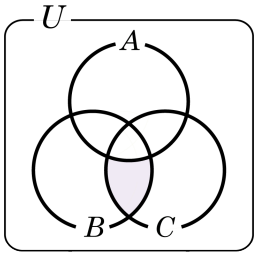
④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

해설

$\{x|x\text{는 }10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

4. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $(B \cup C) - A$
- ② $(B \cap C)^c \cap A$
- ③ $(B - A) \cap (C - A)$
- ④ $(A - B) \cup (A - C)$
- ⑤ $(A - B) - C$

해설

①

②

④

⑤

5. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2-3x-1}{x-1} - \frac{x^2-x-3}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$ 에서 $A-B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x=2$, $x=-2$ 를 대입해서 정리하면

$x=2$ 일 때

$$\frac{4-6-1}{1} - \frac{4-2-3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A+B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A+B}{6}$$

$$\therefore 2A+B = -10 \cdots \textcircled{1}$$

$x=-2$ 일 때

$$\frac{4+6-1}{-3} - \frac{4+2-3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A+B}{-6}$$

$$\therefore -2A+B = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $A=-4$, $B=-2$

$$\therefore A-B = (-4) - (-2) = -2$$

6. 일차식 $f(x)$ 와 이차식 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x+1$ 이고, 두 식의 곱은 $f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 일 때, ab 의 값은?

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

최대공약수가 $x+1$ 이고 두 식의 곱이 최고차항의 계수가 1이므로

$$f(x) = x + 1, g(x) = (x + 1)(x + c)$$

$$f(x)g(x) = (x + 1)(x + 1)(x + c)$$

$$= x^3 + (c + 2)x^2 + (2c + 1)x + c$$

$$= x^3 - x^2 + ax + b$$

$$\text{계수를 비교하면 } c + 2 = -1, 2c + 1 = a, b = c$$

$$\therefore c = -3, a = -5, b = -3$$

$$\therefore ab = 15$$

해설

$f(x)g(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 는 $x+1$ 로 두 번 나누어 떨어진다.

조립제법으로 나누어 보면

$$-a + b - 2 = 0, a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -5, b = -3 \text{이므로 } ab = 15$$

7. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ㉠ 16의 제곱근은 4이다.

㉡ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.

㉢ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z + \bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

㉣ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z\bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

㉤ 복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 제곱해서 16 이 되는 수 4, -4 $\therefore$ 거짓
- ㉡ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. $\therefore$ 참
- ㉢ $z = a + bi, \bar{z} = a - bi, z + \bar{z} = 2a \therefore$ 참
- ㉣ $z\bar{z} = a^2 + b^2 \therefore$ 참
- ㉤ $z = \bar{z}, a + bi = a - bi, 2bi = 0, b = 0 \therefore z = a = \bar{z} \therefore$ 참

8. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

9. 원점을 지나고 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 2$ 에 접하는 두 개의 직선이 서로 직교할 때, 점 (a, b) 의 자취를 나타내는 방정식은? (단, $b > 0$ 이다.)

① $b = \frac{1}{2}(a + 1)$ ② $b = \frac{1}{8}(a^2 + 1)$ ③ $b = \frac{1}{4}a^2$
④ $b = \frac{1}{6}(a - 3)^2$ ⑤ $b = \frac{1}{12}a^2 - 4$

해설

원점을 지나는 직선 $y = mx$ 라 두면,

$$x^2 + ax + 2b = mx$$

$$x^2 + (a - m)x + 2b = 0$$

$$D = (a - m)^2 - 8b = 0$$

$$= m^2 - 2am + a^2 - 8b = 0$$

두 직선이 직교할 때, 기울기의 곱은 -1 이므로,

근과 계수의 관계에서

$$a^2 - 8b = -1$$

$$\therefore b = \frac{1}{8}(a^2 + 1)$$

10. 다음 중 사차방정식 $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 의 근에 해당하는 것을 모두 고르면?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

④ $1 + \sqrt{3}i$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$

해설

$x^4 + x^2 + 1 = 0$ 을 변형하면

$$x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = 0,$$

$$(x^2 + 1)^2 - x^2 = 0$$

$$(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 또는 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

11. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm² 이상인 직사각형에서 가로 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

가로의 길이를 x cm 라고 하면, 세로의 길이는 (㉠) cm 이다.
이때, x 의 값의 범위는 (㉡) 이다.
또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로) = $x(\text{㉢})$ 이다.
이것이 45 cm² 이상이 되어야 하므로 $x \times (\text{㉢}) \geq (\text{㉣})$
이식을 정리하면 $(\text{㉤}) \leq 0$
 (㉤) 를 인수분해하면 (㉥) 이다.
따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

다

음 중 $(\text{㉢}), (\text{㉡}), (\text{㉣}), (\text{㉤}), (\text{㉥})$ 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $(\text{㉢}) \ (14 - x)$
- ② $(\text{㉡}) \ 0 < x < 14$
- ③ $(\text{㉣}) \ 45$
- ④ $(\text{㉤}) \ 14x - x^2 - 45$
- ⑤ $(\text{㉥}) \ (x - 5)(x - 9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)
= 2(가로의 길이 + 세로의 길이)
 $28 = 2x + 2 \cdot (\text{㉢}), 14 = x + (\text{㉢})$
 $\therefore (\text{㉢}) = 14 - x$
가로의 길이의 범위 : $x > 0, 14 - x > 0 \rightarrow x < 14$
 $\therefore 0 < x < 14 \cdots (\text{㉡})$
직사각형의 넓이 : $x(14 - x) \geq 45$
 $\therefore (\text{㉣}) = 45$
 $(\text{㉤}) = x^2 - 14x + 45 \leq 0$
 $(\text{㉥}) = (x - 5)(x - 9) \leq 0$

12. 다음 세 직선 l, m, n 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

$$\begin{aligned}l &: y = -2x + 2 \\ m &: 2x + y - 1 = 0 \\ n &: x - 2y - 2 = 0\end{aligned}$$

- ①

$l // m$
- ②

$l // n$
- ③

$m \perp n$
- ④

$l \perp m$
- ⑤

$m // n$

해설

$$\begin{aligned}l &: y = -2x + 2 \\ m &: y = -2x + 1 \\ n &: y = \frac{1}{2}x - 1 \text{ 이므로} \\ l // m, l \perp n, m \perp n \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서, 옳은 것은 ①, ③이다.

13. 모든 실수 k 에 대하여 직선 $(1+k)x+y-2k=0$ 에 대칭이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x+2)^2+(y-2)^2=9$ ② $(x-2)^2+(y+2)^2=9$
③ $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ ④ $(x+1)^2+(y+2)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y+2)^2=9$

해설

$(1+k)x+y-2k=0$
 $x+kx+y-2k=0$ (k 는 임의의 실수)
 $x+y+k(x-2)=0$
이 직선은 항상 $(2, -2)$ 를 지난다.
따라서 이와 같은 모든 직선에 대칭인 원의 중심은 $(2, -2)$ 이다.
 $\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

14. 기울기가 $\sqrt{3}$ 이고 원 $x^2 + y^2 = 16$ 에 접하는 직선으로 제 4 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = \sqrt{3}x - 9$ ② $y = \sqrt{3}x - 8$ ③ $y = \sqrt{3}x - 5$
④ $y = \sqrt{3}x + 8$ ⑤ $y = \sqrt{3}x + 9$

해설

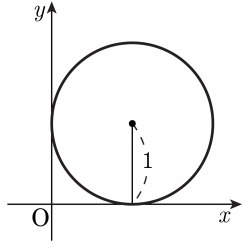
구하는 접선의 방정식은 $m = \sqrt{3}$, $r = 4$ 이므로

$$y = \sqrt{3}x \pm 4\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = \sqrt{3}x \pm 8$$

두 직선 중 제4 사분면을 지나는 것은

$$\textcircled{2} \ y = \sqrt{3}x - 8$$

15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원이 x 축, y 축에 동시에 접하고 있다. 이 원 위의 점 (x, y) 에 대하여 $\frac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{y+2}{x+1} = k$ 라 하면 직선 $y+2 = k(x+1)$ 은

k 값에 관계없이 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

이 때, 기울기 k 는 직선이 원에 접할 때 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$$\frac{|k-1+k-2|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$$

$$|2k-3| = \sqrt{k^2+1}$$

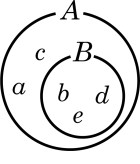
$$4k^2 - 12k + 9 = k^2 + 1$$

$$3k^2 - 12k + 8 = 0$$

최댓값과 최솟값은 이 방정식의 해이므로

근과 계수와의 관계에 의해 합은 4이다.

16. 다음 벤 다이어그램에서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 A, B 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, e\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 구하면 $\{b, d, e\}$, $\{a, b, d, e\}$, $\{b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 이고 개수는 4 개이다.

17. 집합 $A = \{1, 3, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 16 개 ② 8 개 ③ 4 개 ④ 2 개 ⑤ 1 개

해설

$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore \{1, 3, 8\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 8\}$$

집합 X 는 원소 1, 3, 8 을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 3, 5, 6, 8\}$ 의 부분집합이다.

$$\therefore 2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$$

18. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x) \cdot f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 가 성립할 때, $2f(0) + f(2)$ 의 값은? (단, $f(1) = 1$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

임의의 실수 x, y 에 대하여

$f(x) \cdot f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 이고

$f(1) = 1$ 이므로 양변에 $x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$f(1) \cdot f(0) = f(1+0) + f(1-0)$ 에서

$f(0) = 2f(1) = 2$

또 양변에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$f(1) \cdot f(1) = f(1+1) + f(1-1)$ 에서

$1 = f(2) + f(0)$ 즉 $f(2) = -1$

따라서 $2f(0) + f(2) = 4 + (-1) = 3$

19. 두 집합 $X = \{-1, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의
두 함수 $f(x) = ax - b$, $g(x) = x^3 + x - 1$ 가 서로 같을 때, 상수 a , b
의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 함수가 서로 같으므로
 $f(-1) = g(-1)$, $f(1) = g(1)$ 이다.
 $-a - b = -3$, $a - b = 1$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 1$
 $\therefore a + b = 3$

20. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 가 있다. A 에서 B 로의 일대일 함수 f 중 $f(1) = 4$ 를 만족하는 f 의 개수를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$f(1) = 4$ 이므로 $\{2, 3\}$ 에서 $\{5, 6, 7\}$ 로 가는 일대일 함수의 개수와 같다.
 $\therefore 3 \times 2 = 6$

21. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$ 라 놓으면
 $f(k) = -3$ 이므로 $k = -1$ 이다.
그러므로 $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

22. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여, $f(1) = 2$, $f^{-1}(-2) = -1$ 일 때, $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(1) = 2$ 에서 $a + b = 2 \cdots \textcircled{1}$
 $f^{-1}(-2) = -1$ 에서 $f(-1) = -2$
 $\therefore -a + b = -2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 0$
 $\therefore f(x) = 2x$
이 때, $f^{-1}(8) = k$ 라 하면 $f(k) = 8$
따라서, $2k = 8$ 에서 $k = 4$
 $\therefore f^{-1}(8) = 4$

23. 다음 식이 성립하는 실수 x 의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$ 가 성립되지 않는 범위는 $x+1 < 0$ 이고 $x-2 < 0$

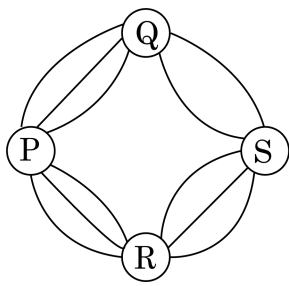
$\therefore x < -1$

따라서 $x < -1$ 일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.

$\{x \mid x < -1\}$ 의 여집합 되어야 하므로

$\{x \mid x \geq -1\}$ 이고 실수 x 의 최솟값은 $\therefore -1$

24. 네 지점 P, Q, R, S 를 연결하는길이 아래 그림과 같다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 P 에서 S 로가는 길을 택하는 방법은 몇가지인지 구하여라.



▶ 답:

가치

▷ 정답 : 15가지

해설

(1) $P \rightarrow Q \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 2 = 6$ (가지)

(2) $P \rightarrow R \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 3 = 9$ (가지)

이때, (1)과 (2)는 동시에 일어나지 않으므로, 구하는 방법의 수는 $6 + 9 = 15$ (가지) 이다.

25. 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수 중에서 4의 배수의 개수는?

- ① 12
- ② 18
- ③ 24
- ④ 30
- ⑤ 36

해설

끝의 두자리가 4 의 배수가 되어야 한다.

⇒

12,

20,

24,

32,

40,

04

각각의 경우를 구해 더한다.

∴ $4 + 6 + 4 + 4 + 6 + 6 = 30$

26. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{n+2}C_4 = 11 {}_nC_2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$${}_{n+2}C_4 = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1},$$

$${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \text{ 이므로 조건식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n+2)(n+1) = 12 \cdot 11$$

$$\therefore (n-10)(n+13) = 0$$

$$n+13 \neq 0 \text{ 이므로 } n-10 = 0$$

$$\therefore n = 10$$

27. 두 다항식 $x^2 - 3x + a$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$ 라 하자. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

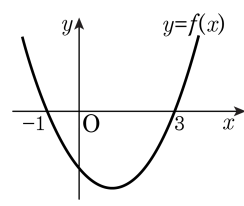
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 - 3x + a, x^2 + bx - 6$ 은
 $(x - 1)$ 을 인수로 가지므로 $a = 2, b = 5$
 $\therefore x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$
 $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$
 $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 6)$
 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지 $f(2) = 0$

28. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x - 1) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

해설

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-1, 3$ 이므로
 $f(x) = a(x + 1)(x - 3) (a > 0)$ 으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x - 1) = a(2x - 1 + 1)(2x - 1 - 3) = 4ax(x - 2)$ 이므로
 $f(2x - 1) = 0$ 에서
 $4ax(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
따라서 두 근의 합은 2이다.

29. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m - 2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

30. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(k-1)x^2 + 2(k-1)x + 1 > 0$ 이 항상 성립할 때, k 의 범위를 구하면?

- ① $k < 1, k > 2$ ② $1 < k < 2$ ③ $-2 \leq k \leq 2$
④ $k \leq 1, k > 2$ ⑤ $1 \leq k < 2$

해설

i) $k \neq 1$ 일 때, 주어진 부등식이 성립하려면

판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (k-1)^2 - (k-1) < 0$$

$$\Rightarrow (k-1)(k-2) < 0$$

$$\Rightarrow 1 < k < 2$$

ii) $k = 1 \Rightarrow 1 > 0$ 성립

$\therefore k$ 의 범위 : $1 \leq k < 2$

31. 좌표평면에서 점 $P(1, 4)$ 를 다음 평행이동식 $f : (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여 이동시킨 점을 Q 라고 할 때, 두 점 P, Q 는 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$Q = (1+m, 4+n)$ 으로 나타낼 수 있다.

$\overline{PQ}$ 의 기울기는 $y = 2x$ 에 수직이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고,

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{2+m}{2}, \frac{8+n}{2}\right)$ 은

$y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \text{i) } \frac{n}{m} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{8+n}{2} = m+2$$

$$\text{i) 과 ii) 를 연립하면, } m = \frac{8}{5}, n = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore m+n = \frac{4}{5}$$

32. x 의 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x^2) = x^3 f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$ 이 성립할 때, $f(x)$ 를 구하면? (단, $f(0) = f(1) = f(2) = 0$)

- ① $f(x) = x(x-1)(x-2)$ ② $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$
③ $f(x) = x(x-1)^2(x-2)$ ④ $f(x) = x(x-1)(x-2)^2$
⑤ $f(x) = x^2(x-1)^2(x-2)$

해설

- (i) $f(x)$ 를 n 차의 식이라하면
좌변 : $2n$ 차 = 우변 : $n+3$ 차
 $\therefore n=3$
(ii) $f(x) = kx(x-1)(x-2)$ (단, $k \neq 0$)
($\because f(0) = f(1) = f(2) = 0$)
좌변 = $kx^6 - 3kx^4 + 2kx^2$
우변 = $kx^6 - (k+2)x^4 + 2x^2$
 $\therefore kx^6 - 3kx^4 + 2kx^2 = kx^6 - (k+2)x^4 + 2x^2$
 $-3k = -(k+2)$
 $k=2$ 에서 $k=1$
 $\therefore f(x) = x(x-1)(x-2)$

33. 전자사전을 사기 위해 x 일 동안 한달에 20000 원씩 모으면 11000 원이 남고, 한달에 18000 원씩 모으면 9000 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

전자사전을 사기 위해 필요한 돈은 $(20000x - 11000)$ 원이므로
 $18000x < (20000x - 11000) < 18000x + 9000$
각 변에서 $18000x$ 를 빼면
 $0 < 2000x - 11000 < 9000$
 $\therefore 5.5 < x < 10$
따라서 x 의 최댓값은 9이다.

34. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 2$ 의 x 축의 위에 있는 부분과 그 부분을 x 축에 대하여 대칭 이동하여 생기는 도형으로 둘러싸인 부분의 넓이는?
- ① $\pi + 1$ ② $\pi + 2$ ③ $3\pi + 1$
 ④ $3\pi + 2$ ⑤ $3\pi + 4$

해설

(구하는 넓이)

$$= \left\{ \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \right\} \times 2$$

$$= 3\pi + 2$$

35. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 절대부등식 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)을 이용할 때, $x > 0$ 이면 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$ ② $2^3\sqrt{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 8x^2 + \frac{2}{x} &= 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq \sqrt[3]{8x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} \\ &= 3\sqrt[3]{8} = 6 \end{aligned}$$