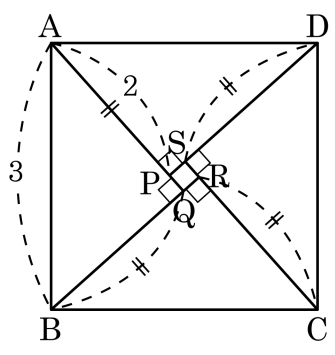
1. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, □ABCD 와 □PQRS 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $18 - 4\sqrt{5}$

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{5} - 2$

(□PQRS 의 넓이) $= (\sqrt{5} - 2)^2$

$= 5 + 4 - 4\sqrt{5}$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

(□ABCD 의 넓이) $= 9$

$\therefore$ (넓이의 합) $= 18 - 4\sqrt{5}$

2. 다음 중 삼각형의 세 변의 길이가 보기와 같을 때 직각삼각형이 될 수 없는 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 6, 8, 10　　㉡ $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$

㉢ 5, 12, 13　　㉣ 11, 12, 13

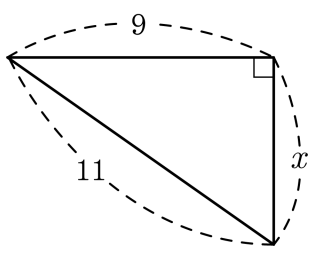
① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

㉡ $\sqrt{6^2} \neq \sqrt{5^2} + \sqrt{2^2}$

㉣ $13^2 \neq 11^2 + 12^2$

3. 다음 그림의 직각삼각형에서 x 의 값은?

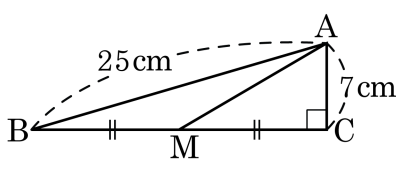


① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{30}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

피타고라스 정리에 따라
$9^2 + x^2 = 11^2$
$x^2 = 121 - 81 = 40$
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{10}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\text{cm}$ ② $\sqrt{191}\text{cm}$ ③ $\sqrt{193}\text{cm}$

④ $\sqrt{194}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{199}\text{cm}$

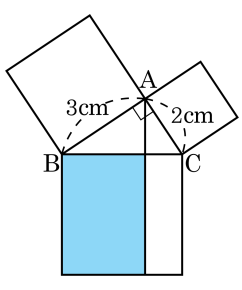
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC^2} = 25^2 - 7^2 = 576$, $\overline{BC} = 24(\text{cm})$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, $\overline{MC} = 12(\text{cm})$

$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM^2} = 7^2 + 12^2 = 193, \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 3 개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



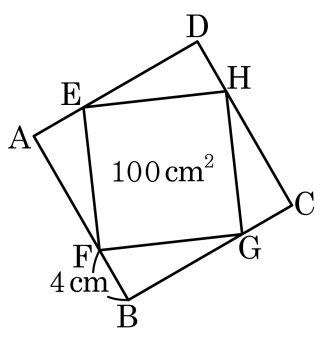
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $9\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}$ 를 포함한 사각형의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같다.
따라서 $3^2 = 9(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 □ABCD 는 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\text{cm}$ 인 정사각형이다. □EFGH 의 넓이가 100cm^2 라고 하면, □ABCD 의 넓이는?



① $(99 + 15\sqrt{21})\,\text{cm}^2$ ② $(99 + 16\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

③ $(99 + 17\sqrt{21})\,\text{cm}^2$ ④ $(100 + 15\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

⑤ $(100 + 16\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

해설

□EFGH $= 100(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG} = 10(\text{cm})$,

$\overline{BG}^2 = 10^2 - 4^2 = 84$

$\overline{BG} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로

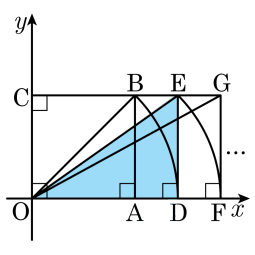
$\overline{BC} = 2\sqrt{21} + 4(\text{cm})$

□ABCD 는 정사각형이므로 넓이는

$(2\sqrt{21} + 4)^2 = 84 + 16\sqrt{21} + 16$

$= 100 + 16\sqrt{21}(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 □OABC 는 정사각형이고 두 점 D , F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}$, $\overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. △ODE 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?

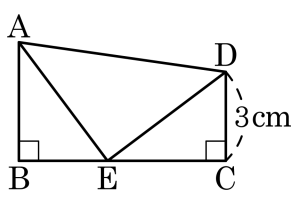


① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설

$\overline{OA} = x$라고 두면 △ODE의 넓이는 $\frac{1}{2} \times x\sqrt{2} \times x = \sqrt{2}, x^2 = 2, x = \sqrt{2}$이다. 따라서 점 D의 x좌표는 $x\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, $\triangle AED = \frac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{49}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

$\triangle AED = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \frac{1}{2}\overline{AE}^2 = \frac{25}{2}$

$\overline{AE} = \overline{ED} = 5\,\text{cm}$

$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$

사다리꼴 ABCD 에서 $\frac{1}{2}(3+4)(3+4) = \frac{49}{2}\text{cm}^2$

9. $a+3$, $\sqrt{3a}$, $a-3$ 을 세 변의 길이로 하는 직각삼각형이 있다. a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (단, $a>3$)

① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(1) $\sqrt{3a}$ 가 빗변의 길이일 때

$(\sqrt{3a})^2=(a+3)^2+(a-3)^2$

$3a^2=a^2+6a+9+a^2-6a+9$

$a^2=18 \quad \therefore a=3\sqrt{2}(\because a>3)$

(2) $(a+3)$ 가 빗변의 길이일 때

$(a+3)^2=(\sqrt{3a})^2+(a-3)^2$

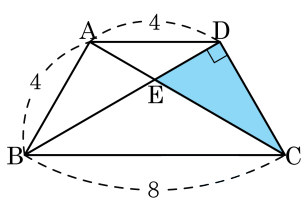
$a^2+6a+9=3a^2+a^2-6a+9$

$3a^2-12a=0$

$3a(a-4)=0$

$\therefore a=4(\because a>3)$

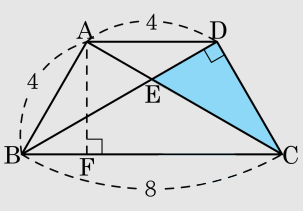
10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 유리수)



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면 $\overline{AF} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이고 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle AED$, $\triangle DEC$ 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비가 $1 : 2$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3$, $b = 8$ 이다.

$\therefore b - a = 8 - 3 = 5$