

1. $a > b > 0$ 일 때, 다음 $2a + b$, $a + 2b$ 의 대소를 비교하면?

① $2a + b < a + 2b$

② $2a + b \leq a + 2b$

③ $2a + b > a + 2b$

④ $2a + b \geq a + 2b$

⑤ $2a + b = a + 2b$

2. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $C < A < B$

⑤ $C < B < A$

3. $q > p > 1$ 인 실수 p, q 에 대하여 $pq + p$ 와 $p^2 + q$ 의 대소를 비교하면?

① $pq + p < p^2 + q$

② $pq + p \leq p^2 + q$

③ $pq + p > p^2 + q$

④ $pq + p \geq p^2 + q$

⑤ $pq + p = p^2 + q$

4. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$

$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

5. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

6. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라]에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 이므로 $(|a| + |b|)^2, |a + b|^2$ 의 대소를 비교하면 된다.

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + \text{[가]} + b^2 - (a^2 + \text{[나]} + b^2) \\ &= 2(\text{[다]}) \geq 0 \\ & \text{(단, 등호는 [라] } \geq 0 \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

- ① 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
- ② 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$
- ③ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $|ab| - ab$, 라: ab
- ④ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
- ⑤ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

7. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$

② $2^{10n} \leq 1000^n$

③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$

⑤ $2^{10n} = 1000^n$

8. 자연수 n 에 대하여 2^{4n} , 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$

② $2^{4n} > 3^{3n}$

③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$

④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$

⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

9. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

10. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

11. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x| + |y| \geq |x - y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠ 에 알맞은 것은?

증명

$$(|x| + |y|)^2 - |x - y|^2$$

$$= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2$$

$$= 2(|xy| + xy) \geq 0$$

$$\therefore (|x| + |y|)^2 \geq |x - y|^2$$

그런데 $|x| + |y| \geq 0$, $|x - y| \geq 0$ 이므로

$|x| + |y| \geq |x - y|$ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)

① $xy > 0$

② $xy < 0$

③ $xy \geq 0$

④ $xy \leq 0$

⑤ $xy = 0$

12. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립할 조건은 a [가] 0 , $b^2 - 4ac$ [나] 0 이고, $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이 항상 성립할 조건은 a [대] 0 , $b^2 - 4ac$ [라] 0 이다. 이 때, (가) ~ (라)의 []안에 들어갈 부등호를 순서대로 적으면?

① $>$, $<$, $<$, \geq

② $>$, $>$, $<$, \leq

③ $>$, $<$, \leq , $<=$

④ $>$, $>$, \leq , \leq

⑤ $>$, $<$, $<$, \leq

13. 다음은 a, b, c 가 실수일 때 $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ 를 증명한 것이다. [가], [나]에 들어갈 내용을 차례대로 나열한 것은?

$$(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)$$

$$([\text{가}]) (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} ([\text{나}]) 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) \geq 0 \quad (\text{단, 등호는 } a = b = c = 0 \text{ 일}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq (ab + bc + ca)$$

때 성립)

- ① $\frac{1}{2}, >$ ② $\frac{1}{2}, \geq$ ③ $2, >$ ④ $2, \geq$ ⑤ $2, =$

14. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x + 1 > 0$

㉡ $x^2 + xy + y^2 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $|x + y| \geq |x - y|$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

15. 다음은 “실수를 계수로 갖는 세 개의 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 중 적어도 하나는 실근을 갖는다”는 것을 증명한 것이다. 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 부등호를 차례대로 쓰면?

증명

주어진 방정식이 모두 허근을 갖는다고 가정하면

$$b^2 - ac \text{ (가) } 0, c^2 - ab \text{ (나) } 0, a^2 - bc \text{ (다) } 0$$

세 식을 같은 변끼리 더하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \text{ (나) } 0$$

좌변을 변형하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \\ = \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \text{ (나) } 0 \dots \textcircled{㉠}$$

그런데 a, b, c 는 실수이므로

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \text{ (다) } 0 \dots \textcircled{㉡}$$

따라서, ㉡은 ㉠에 모순이므로 세 방정식 중 적어도 하나는 실근을 갖는다.

① $<, <, \geq$

② $<, <, >$

③ $<, >, <$

④ \geq, \geq, \leq

⑤ \geq, \leq, \geq