

1. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

2. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 9$$

$$-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$$

$$\therefore -5 < x < 2$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$$

$0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 4$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$

따라서 정수는 8개

3. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$|x - 2| \leq 5 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$$

x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수

-3, -2, -1, 0, 1, 2

4. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

5. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{5}{4}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$$|7 - x| > 2 \text{ 에서}$$

$$7 - 3x > 2 \text{ 또는 } 7 - 3x < -2$$

$$-3x > -5 \text{ 또는 } -3x < -9$$

$$\therefore x < \frac{5}{3} \text{ 또는 } x > 3$$

6. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(i) \quad x < -1$$

$$-(x+1) - (x-1) \geq 4, \quad x \leq -2$$

$$(ii) \quad -1 \leq x < 1$$

$$x+1 - (x-1) \geq 4$$

$$2 \geq 4 \quad (\text{성립 안함})$$

$$(iii) \quad x \geq 1$$

$$x+1 + x-1 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$$\therefore a+b=0$$

7. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$2x + 4 + x - 1 - 6 = 3x - 3 \leq 0, x \leq 1$$

$$\therefore x = 1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2x + 4 + 1 - x - 6 = x - 1 \leq 0 \text{에서 } x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

(iii) $x < -2$ 일 때

$$-2x - 4 - x + 1 - 6 = -3x - 9 \leq 0$$

$$3x \geq -9, x \geq -3$$

$$\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\text{L}}$, $\textcircled{\ominus}$ 에서 $-3 \leq x \leq 1$

따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 5개

8. 부등식 $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 13개

② 9개

③ 6개

④ 4개

⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

9. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$|x - k| \leq 3 \text{에서 } -3 \leq x - k \leq 3,$$

$$-3 + k \leq x \leq 3 + k$$

따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,

최솟값은 $-3 + k$ 이므로

$$(-3 + k)(3 + k) = 9$$

$$k^2 - 9 = 9$$

$$k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$$

k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

10. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

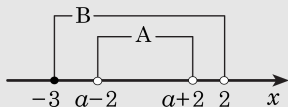
④ 1

⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은 $-1, 0$ 이고, 그 합은 -1 이다.

11. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y = 2[x] + 3$, $y = 3[x - 2] + 5$ 를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x 에 대하여 $x + y$ 의 범위를 구하면?

① $13 < x + y < 14$

② $14 < x + y < 15$

③ $-4 < x + y < 4$

④ $15 < x + y < 16$

⑤ $x + y = 16.4$

해설

$$2[x] + 3 = 3[x - 2] + 5, \quad 2[x] + 3 = 3([x] - 2) + 5$$

$$\therefore [x] = 4$$

x 가 정수가 아니므로 $4 < x < 5$

$$y = 2[x] + 3 = 11 \text{ 이므로 } 15 < x + y < 16$$

12. 부등식 $|2x + 2| < a + 3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x + 2 < a + 3, 2x < a + 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1, x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x - 2 < a + 3, -2x < a + 5$$

$x < -1, x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$