1. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$ 의 평균이 70 일 때, x 의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

평균이 70 이므로 $\frac{75+70+65+60+x}{5} = 70$

$270 + x = 350$

$\therefore x = 80$

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1　② 1.2　③ 1.4　④ 1.6　⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{7+9+6+7+6}{5}=\frac{35}{5}=7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $0,\ 2,\ -1,\ 0,\ -1$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5}=\frac{6}{5}=1.2$$

3. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

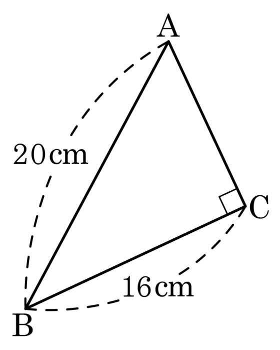
이름	A	B	C	D	E
평균 (시간)	5	6	5	3	9
표준편차 (시간)	2	0.5	1	3	2

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D 이다.

4. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?

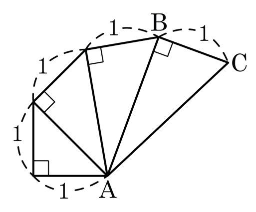


① $92\mathrm{cm}^2$ ② $94\mathrm{cm}^2$ ③ $96\mathrm{cm}^2$
④ $98\mathrm{cm}^2$ ⑤ $100\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라
$\overline{\mathrm{AC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{BC}}^2$
$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 400 - 256 = 144$
$\overline{\mathrm{AC}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = 12$
따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

6. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20 명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

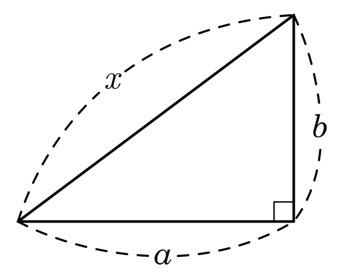
평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

7. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?



① 8 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0,\ x = 6,\ 8$
빗변이 아닌 두 변의 길이가 6, 8 이므로
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

8. 각 변의 길이가 $(x-2)\text{cm}$, $x\text{cm}, 8\text{cm}$ 인 직각삼각형이 있다. 이 때, x의 값을 바르게 짝지어진 것은?

① $16, \sqrt{31}$　② $16, 1+\sqrt{31}$　③ $17, -1+\sqrt{31}$

④ $17, 1+\sqrt{31}$　⑤ $18, -1+\sqrt{31}$

해설

(i)$x \geq 8$ 일 때

$x^2 = (x-2)^2 + 64$

$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$

$4x = 68$

$\therefore x = 17$

(ii)$x < 8$ 일 때

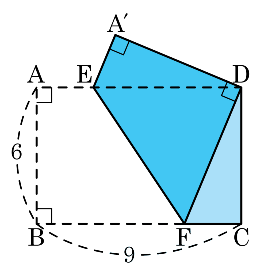
$64 = (x-2)^2 + x^2$

$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$

$2x^2 - 4x - 60 = 0$

$\therefore x = 1 + \sqrt{31} (\because x > 0)$

9. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{\mathrm{A'D}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DF}}$

② $\triangle\mathrm{DEF}$ 는 정삼각형이다.

③ $\overline{\mathrm{CF}} = 3$

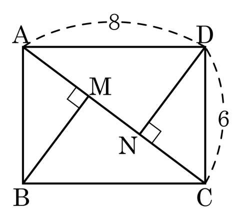
④ $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$

⑤ $\angle\mathrm{A'EF} = 90°$

해설

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EDF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이는?



① $\dfrac{14\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{21}{5}$

④ $\dfrac{14}{5}$ ⑤ $\dfrac{7}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 10,\ \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{DN}}$

$\triangle\mathrm{ABC} = 8 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 10 \times \overline{\mathrm{BM}} \times \dfrac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{BM}} = \dfrac{24}{5}$

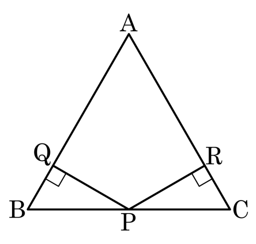
$\triangle\mathrm{ABM}$ 에서

$$\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{6^2 - \left(\dfrac{24}{5}\right)^2}$$
$$= \sqrt{36 - \dfrac{576}{25}}$$
$$= \sqrt{\dfrac{900-576}{25}} = \sqrt{\dfrac{324}{25}}$$
$$= \dfrac{18}{5}$$

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CN}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} - \overline{\mathrm{AM}} - \overline{\mathrm{CN}}$
$$= 10 - \left(\dfrac{18}{5}\right) \times 2$$
$$= 10 - \dfrac{36}{5}$$
$$= \dfrac{14}{5}$$

11. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$　　② $2\sqrt{5}$　　③ $5\sqrt{2}$

④ 6　　⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10 \times \overline{PQ} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10 \times \overline{PR} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PR}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{PQ} + 5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ} + \overline{PR} = 5\sqrt{3}$

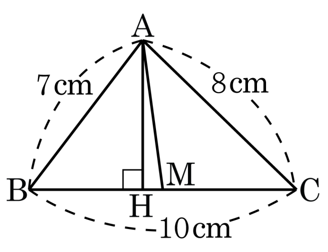
12. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm) 이다.
따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi$ (cm^2) 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 8cm$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\dfrac{6\sqrt{55}}{32}cm$　② $\dfrac{7\sqrt{55}}{30}cm$　③ $\dfrac{7\sqrt{55}}{32}cm$
④ $\dfrac{8\sqrt{55}}{30}cm$　⑤ $\dfrac{9\sqrt{55}}{32}cm^2$

해설

$\overline{BH} = x\text{cm}$, $\overline{HC} = (10 - x)\text{cm}$

$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$, $x = \dfrac{17}{4}$, $\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\dfrac{17}{4}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm})$

$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \dfrac{17}{4} = \dfrac{3}{4}(\text{cm})$

$\triangle AHM = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\sqrt{55}}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2)$

14. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1,\ y-1,\ z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2　　② 3, 5　　③ 4, 4　　④ 5, 4　　⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=3$

$\therefore x+y+z=9 \ \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$\dfrac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}=4$

$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=12$

$x^2-6x+9+y^2-6y+9+z^2-6z+9=12$

$x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+27=12$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-6\times9+27=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2=39$

한편, $x-1,\ y-1,\ z-1$ 의 평균은

$\dfrac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}$

$=\dfrac{(x+y+z)-3}{3}=\dfrac{9-3}{3}=2$

분산은

$\dfrac{(x-1-2)^2+(y-1-2)^2+(z-1-2)^2}{3}$

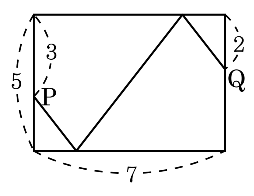
$=\dfrac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}$

$=\dfrac{x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+9\times3}{3}$

$=\dfrac{39-6\times9+27}{3}=\dfrac{12}{3}=4$

따라서 $x-1,\ y-1,\ z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?



① $\sqrt{70}$　② $\sqrt{105}$　③ $\sqrt{130}$
④ $2\sqrt{35}$　⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면
$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q 로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$ 과 같다.
∴ 최단 거리= $\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$ 이다.