

1. 두 직선 $y = 2x + 5$, $y = -x + 2$ 의 그래프는 점 A 에서 만난다. 점 A 의 좌표는?

① $(-1, 3)$

② $(3, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(-3, 1)$

⑤ $(1, -3)$

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같다.

$A(-1, 3)$

2. 두 직선 $3x = y + 2$ 와 $ax - y = 2$ 의 교점이 좌표가 $(b, 4)$ 일 때 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$(b, 4)$ 를 $3x = y + 2$ 에 대입하면,

$$3b = 4 + 2, b = 2$$

$(2, 4)$ 를 $ax - y = 2$ 에 대입하면,

$$2a - 4 = 2, a = 3$$

3. 두 점 A(2, 5), B(-1, 3) 의 중점을 지나고, $2x - y = 4$ 의 그래프에 평행한 직선의 방정식을
 $ax + by - 2 = 0$ 이라 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{4}{3}$

▷ 정답 : $b = \frac{2}{3}$

해설

두 점 A, B 의 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

또, 구하는 직선의 기울기는 $2x - y = 4$, 즉, $y = 2x - 4$ 와 평행하므로 기울기는 2 이다.

즉, 기울기가 2 이고 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y = 2x + m$ 이라 하면

$$4 = 2 \times \frac{1}{2} + m \quad \therefore m = 3$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 2x + 3$ 이고

$$ax + by - 2 = 0$$

$$-ax + 2 = by$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{2}{b}$$

와 일치하므로 $-\frac{a}{b} = 2, \frac{2}{b} = 3$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

4. 두 직선 $\begin{cases} x - \frac{1}{2}y = 3 \\ ax + by = -6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

해가 무수히 많을 때는 두 직선이 일치할 때이다.

$x - \frac{1}{2}y = 3$ 의 양변에 -2 를 곱한다.

$$-2x + y = -6,$$

$$\therefore a = -2, b = 1, a + b = -2 + 1 = -1$$

5. 세 직선 $y = 5x - 23$, $y = -3x + 17$, $y = ax + b$ 가 한 점에서 만난다고 할 때, $5a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 5x - 23$, $y = -3x + 17$ 을 연립하면

$$5x - 23 = -3x + 17$$

$$8x = 40 \quad \therefore x = 5$$

$x = 5$ 일 때, $y = 2$

$y = ax + b$ 에 대입하면

$$5a + b = 2 \text{ 이다.}$$

6. 세 직선 $x - 2y + 5 = 1$, $2x + y - 2 = 5$, $-x + 3y + a = 0$ 의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

세 직선이 한 점에서 만나므로

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 1 & \dots \textcircled{1} \\ 2x + y - 2 = 5 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ② 를 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 3$

점 $(2, 3)$ 을 $-x + 3y + a = 0$ 에 대입하면 $-2 + 9 + a = 0$

$$\therefore a = -7$$

7. $|x|$ 는 x 의 절댓값을 나타낸다고 할 때, 두 직선 $y = |x + 3|$ 과 $y = p$ 가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = 6$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

i) $x < -3$ 일 때, $y = -x - 3$, $y = p$ 의 교점은 $-x - 3 = p$, $x = -p - 3$

ii) $x \geq -3$ 일 때, $y = x + 3$, $y = p$ 의 교점은
 $x + 3 = p$, $x = p - 3$

$y = |x + 3|$ 과 $y = p$ 가 두 점에서 만나므로 $p > 0$ 이다.

$$\overline{AB} = 6 = p - 3 - (-p - 3) = 2p$$

$$\therefore p = 3$$

8. 직선 $y = mx + \frac{3}{2}$ 이 세 직선 $2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않는 m 의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{1}{2}$ 또는 $m > \frac{3}{2}$

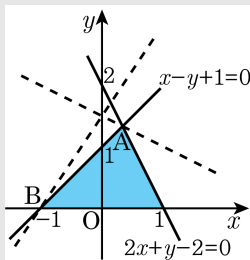
② $m > \frac{3}{2}$

③ $m < -\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

⑤ $m < \frac{3}{2}$

해설



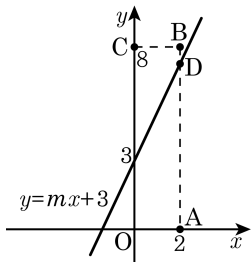
$2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$ 의 교점 A의 좌표는 $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ 이고,

$y = mx + \frac{3}{2}$ 가 점 A를 지날 때 $m = -\frac{1}{2}$

$y = mx + \frac{3}{2}$ 가 점 B를 지날 때 $m = \frac{3}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

9. 다음 그림과 같이 직선 $y = mx + 3$ 이 직사각형 OABC 를 두 부분으로 나눈다. 아랫부분의 넓이가 윗부분의 넓이의 2 배일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

$y = mx + 3$ 의 위에 점 D 가 있으므로

$D(2, 2m + 3)$

또한, $(0, 3)$ 을 점 E 라 하면

$\square CBDE$

$$= \frac{1}{2} \times (5 + 8 - (2m + 3))$$

$$\times 2 = 10 - 2m$$

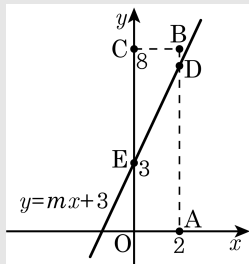
$$\square EOAD = \frac{1}{2} \times (3 + 2m + 3) \times 2 = 2m + 6$$

이 때, $2\square CBDE = \square EOAD$ 이므로

$$2(10 - 2m) = 2m + 6$$

$$20 - 4m = 2m + 6$$

$$\therefore m = \frac{7}{3}$$



10. 좌표평면에서 두 직선 $y = 2x + 4$ 와 $y = -x + 7$ 의 교점을 A, 직선 $y = 2x + 4$ 와 y 축이 만나는 점을 B, 직선 $y = -x + 7$ 과 x 축이 만나는 점을 C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$2x + 4 = -x + 7 \text{에서}$$

$$3x = 3, x = 1, y = 6$$

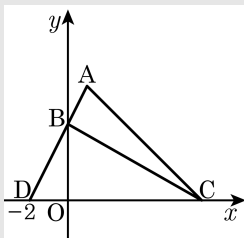
점 A의 좌표 : (1, 6)

$y = 2x + 4$ 에서 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

점 B의 좌표 : (0, 4)

$y = -x + 7$ 에서 $y = 0$ 일 때 $x = 7$ 이므로

점 C의 좌표 : (7, 0)



$$\triangle ABC = \triangle ADC - \triangle BDC$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 4 \right)$$

$$= 9$$