

1. 이차방정식 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 의 근 중 양수의 근이 이차방정식 $x^2 - 3ax + 4a = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -4$$

$$\text{양수 } x = 2 \text{ 를 } x^2 - 3ax + 4a = 0 \text{ 에 대입하면 } 4 - 6a + 4a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

2. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2 = 0$

② $x^2 - 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 9 = 0$

④ $(2x-1)^2 = 16$

⑤ $(x+6)(x-6) = 9$

해설

① $x = 3$

② $x = \pm 2$

③ $x = -3$

④ $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \pm 3\sqrt{5}$

3. $2(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$2(x^2 - 2x + 1) + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$(2-a)x^2 = 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

4. 이차방정식 $x^2 + 5ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$9 + 15a + 6 = 0$$

$$15a = -15$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

5. 다음 중 이차방정식과 그 근이 알맞게 짝지어진 것은?

① $2 - 3x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$

② $2(x-3)^2 = 6 \rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3}$

③ $3(x-1)(x-3) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

④ $x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = -5$ 또는 $x = 3$

⑤ $3(x-1)^2 = 12 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 1$

해설

① $3x^2 = 2, x^2 = \frac{2}{3}, x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3(x-1)(x-3) = 0, x = 1$ 또는 $x = 3$

④ $x^2 - 2x = 15, (x-1)^2 = 16, x-1 = \pm 4, x = 5$ 또는 $x = -3$

⑤ $3(x-1)^2 = 12, (x-1)^2 = 4, x-1 = \pm 2, x = 3$ 또는 $x = -1$

6. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근) 이다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

7. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

8. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

<input type="radio"/> ㉠ $x = 6, y = -4$	<input type="radio"/> ㉡ $x = 6, y = 4$
<input type="radio"/> ㉢ $x = -6, y = -4$	<input type="radio"/> ㉣ $x = -6, y = 4$
<input type="radio"/> ㉤ $x = 4, y = 6$	<input type="radio"/> ㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다. ② 2개 ③ 3개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

9. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

10. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

11. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로

x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

12. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

13. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned}x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0 \\ \text{이 식에 } x = \alpha, \beta \text{ 를 각각 대입하면} \\ \alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5 \\ \beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5 \\ \therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{의 양변에 } x \text{를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.