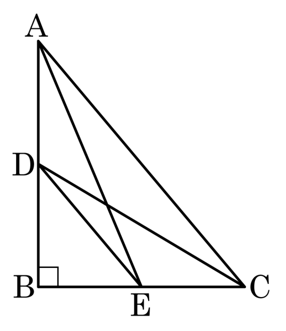
1. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

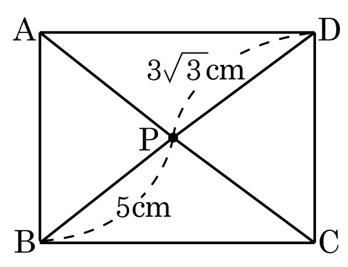


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은?

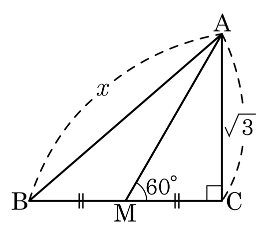


① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

3. 다음 그림의 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다. 이때, x 는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$

④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$

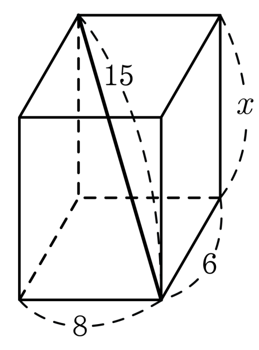
해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{\mathrm{CM}} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = 1$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BM}} = 1$ 이고

$\overline{\mathrm{AB}} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

4. 다음 직육면체에서 x 의 값을 구하여라.



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

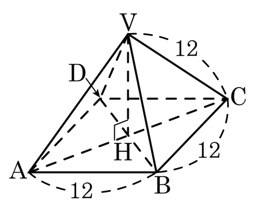
해설

$15 = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2}$

$225 = 36 + 64 + x^2$, $x^2 = 125$

$x > 0$ 이므로 $x = 5\sqrt{5}$

5. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{\mathrm{VH}}$ 의 길이는?



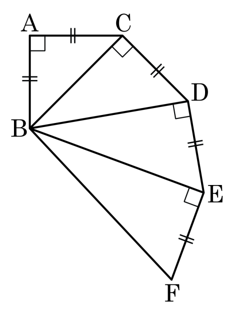
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AC}} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle\mathrm{VHC}$ 에서 $\overline{\mathrm{VH}} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

6. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 5$ 일 때, $\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{5} + \sqrt{15}$
② $3\sqrt{10} + \sqrt{15}$
③ $5\sqrt{3} + \sqrt{15}$
④ $5\sqrt{5} + \sqrt{15}$
⑤ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$라 두면
$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 5,\ a = \sqrt{5}$이다.
$\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하기 위해서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{15}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$이다.
따라서 둘레는 $\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15} = 3\sqrt{5} + \sqrt{15}$이다.

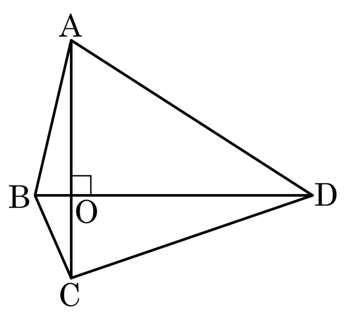
7. 세 변을 각각 $x+3$, $x+5$, $x+7$ 이 피타고라스의 수가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x+7)^2 = (x+3)^2 + (x+5)^2$
$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 6x + 9 + x^2 + 10x + 25$
$x^2 + 2x - 15 = 0$, $x = -5$ 또는 $x = 3$
$\therefore\ x = 3 (\because x > 0)$

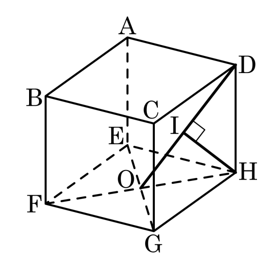
8. 다음과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.
안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CD}^2+\overline{AD}^2$
② $\overline{AB}^2+\overline{AD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2$
③ $\overline{AB}^2-\overline{CD}^2=\overline{BC}^2-\overline{AD}^2$
④ $\overline{AB}^2-\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$
⑤ $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

해설
$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2=\overline{CO}^2+\overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2=\overline{BO}^2+\overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2$

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O 이고, 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DO}}$ 위로 수선을 내렸을 때, $\overline{\mathrm{HI}}$ 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{FH}} = 2a$

$\overline{\mathrm{OH}} = a$

$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$

삼각형 DOH 의 넓이에서

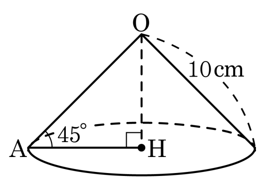
$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = \mathrm{a} \times \sqrt{2}\mathrm{a}$

$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3$ 이다.

10. 다음 그림의 원뿔에서 부피를 구하면?



① $\dfrac{160\sqrt{3}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $70\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $\dfrac{250\sqrt{2}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $\dfrac{280\sqrt{2}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $100\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle\mathrm{OAH}$ 에서 $\overline{\mathrm{AH}} : \overline{\mathrm{OH}} : \overline{\mathrm{OA}} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AH}} : \overline{\mathrm{AO}} = 1 : \sqrt{2}$ 에서 $\overline{\mathrm{AH}} : 10 = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AH}} = 5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

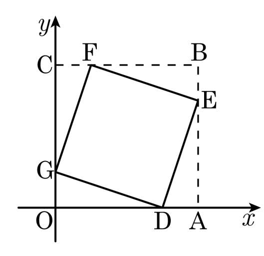
$\overline{\mathrm{AH}} : \overline{\mathrm{OH}} = 1 : 1$ 에서 $5\sqrt{2} : \overline{\mathrm{OH}} = 1 : 1$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OH}} = 5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3} \times \pi \times (5\sqrt{2})^2 \times 5\sqrt{2} = \dfrac{250\sqrt{2}}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

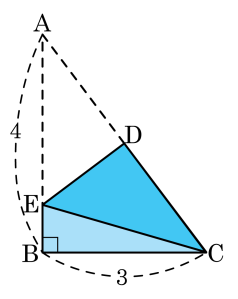
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?



① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

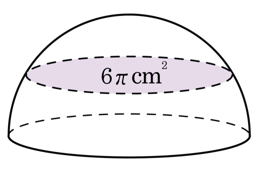
$(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.

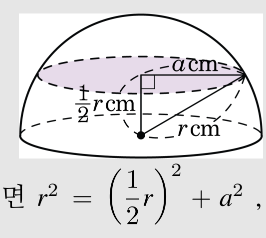
따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

13. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$　④ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설



밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$

반구의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

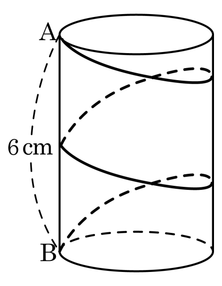
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} +$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

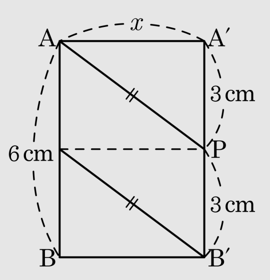
14. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



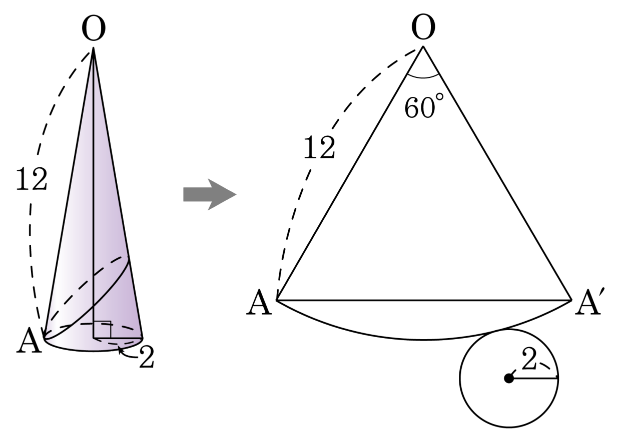
① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{\mathrm{AP}}$
$\overline{\mathrm{AP}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2+9} = 5$
$\therefore\ x = 4$ (cm) ($\because\ x > 0$), $2\pi r = 4$
$\therefore\ r = \frac{2}{\pi}$ (cm)



15. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 60

해설

$\overline{AO} = \overline{OA'} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 $60°$ 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{OA'} = \overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.