1. 다음은 성수의 5 회의 체육 실기 중 4 회에 걸친 실기 점수를 나타낸 표이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 75 점이 되겠는가?

횟수(회)	1	2	3	4
점수(점)	84	78	80	76

① 55 점 ② 57 점 ③ 59 점 ④ 61 점 ⑤ 63 점

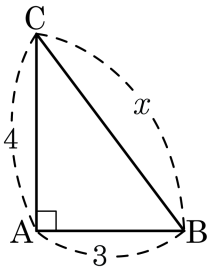
해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$(\text{평균}) = \dfrac{84+78+80+76+x}{5} = 75,\quad \dfrac{318+x}{5} = 75,\quad 318+x = 375 \quad \therefore x = 57$

따라서 57 점을 받으면 평균 75 점이 될 수 있다.

2. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{}$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

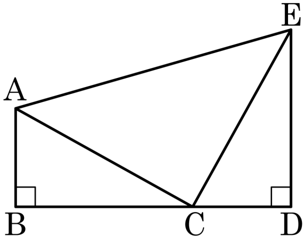
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

4. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

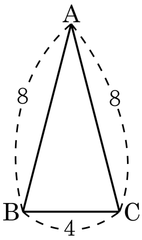
$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4 (\because x > 0)$

5. 다음과 같이 두 변의 길이가 8, 밑변의 길이가 4인 이등변삼각형의 넓이는?



① $4\sqrt{13}$ ② $4\sqrt{15}$ ③ $4\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{19}$ ⑤ $4\sqrt{21}$

해설

이등변삼각형의 높이는

$\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{64-4}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

$(\text{넓이})=4\times2\sqrt{15}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{15}$

6. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$29+x=35$

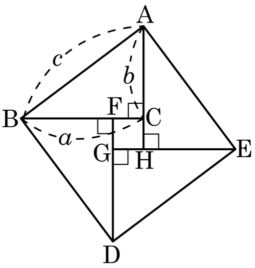
$\therefore x=6$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=$$

$$\frac{24}{5}=4.8$$

7. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 만든 정사각형 ABDE이다. □ABDE의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$이고 $a = 8\,\text{cm}$일 때, □FGHC의 넓이는 얼마인가?



① $3\,\text{cm}^2$ ② $4\,\text{cm}^2$ ③ $5\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $7\,\text{cm}^2$

해설

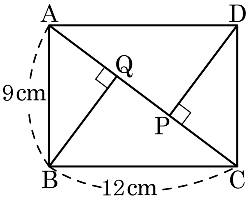
$c^2 = 100\,\text{cm}^2$, $c = 10\,\text{cm}$

$a^2 + b^2 = c^2$, $10^2 = b^2 + 8^2$, $b = 6\ (\text{cm})$

$\overline{\text{FC}} = a - b = 8 - 6 = 2\,\text{cm}$

$\therefore$ □FGHC $= 2^2 = 4\ (\text{cm}^2)$

8. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B , D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이를 구하여라.



① 5.0 cm ② 5.2 cm ③ 5.4 cm

④ 5.6 cm ⑤ 5.8 cm

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$\triangle ABC$ 에서

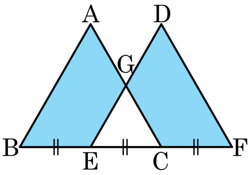
$\triangle AQB$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AQ}$

$\overline{AQ} = \dfrac{81}{15} = \dfrac{27}{5}$ (cm) 이다.

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF를 $\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{CF}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $18\sqrt{2}$ ② $18\sqrt{3}$ ③ $13\sqrt{3}$ ④ $36\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형이므로 정삼각형 GEC는 한 변이 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다.

(색칠한 부분의 넓이)

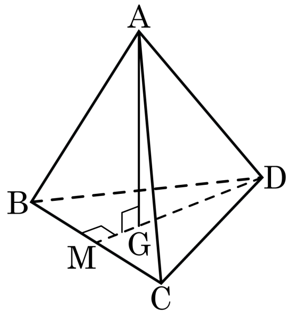
$$= \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(4\sqrt{3}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 \right\} \times 2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times \left\{ \left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times (48 - 12)$$

$$= 18\sqrt{3}$$

10. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{GM}} = \sqrt{3}$cm 일 때, 정사면체의 부피를 구하면?



① $12\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ② $15\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ③ $18\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$

④ $21\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ⑤ $24\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{GM}} \times 3 = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

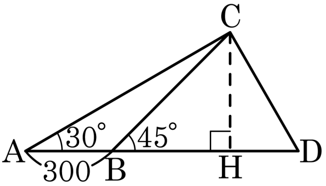
(정사면체의 한 모서리의 길이)$= x$ 라 하면

$$\overline{\mathrm{MD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times x$$

$$x = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6(\mathrm{cm})$$

(정사면체의 부피) $= \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^3)$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1 + \sqrt{2})$ ② $300(1 - \sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3} + 1)$

④ $150(\sqrt{3} - 1)$ ⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

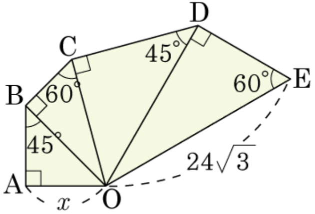
$x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$

$300 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3} - 1)x = 300$

$x = 150(\sqrt{3} + 1)$

12. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$　　② $7\sqrt{3}$　　③ $8\sqrt{3}$　　④ $9\sqrt{3}$　　⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore \ \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore \ \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

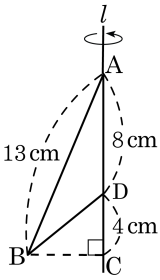
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore \ \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore \ \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\dfrac{100}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ② $60\pi\,\text{cm}^3$

③ $\dfrac{200}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ④ $80\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $\dfrac{400}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\text{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12\right)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$$ 이다.

14. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8,\quad x+y+18=40$

$\therefore x+y=22 \quad \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 5 이므로

$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$

$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$

$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$

$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-117=16\times22-117$

$\therefore\ x^2+y^2=235$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13$ 이다.

15. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times 12}{3}=12$$

따라서 분산은

$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times 3}{3}$$

$$=\frac{9\times 54-72\times 12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$=18$