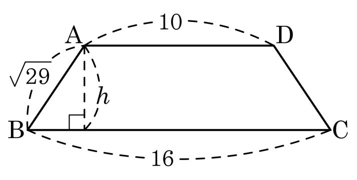
1. 다음과 같은 등변사다리꼴의 높이 h 를 구하면?

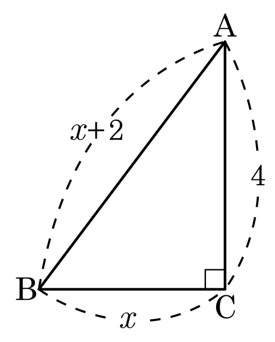


① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, $\overline{BE} = 3$ 이다. (□ABCD 는 등변사다리꼴)
따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이다

2. 다음은 직각삼각형 ABC 를 그린 것이다. x 의 값으로 적절한 것은?



① 2　② 2.5　③ 3　④ 4　⑤ 5.5

해설

$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$

$4x = 12$

$\therefore x = 3$

3. 한 정삼각형의 넓이가 $30\sqrt{3}$ 라고 한다면 높이는?

① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{10}$ ④ $5\sqrt{10}$ ⑤ $6\sqrt{10}$

해설

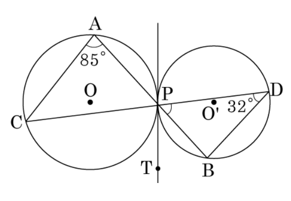
(정삼각형의 넓이) $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 30\sqrt{3}$

$a^2 = 120$

$a = 2\sqrt{30}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{30} = 3\sqrt{10}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O′ 에서 $\angle PAC = 85°, \angle PDB = 32°$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?

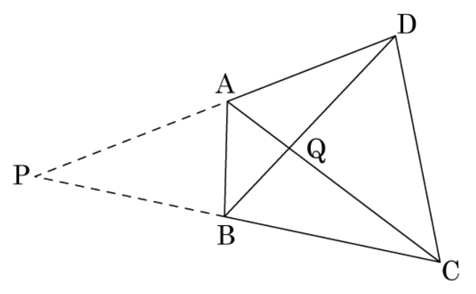


① 60° ② 63° ③ 65° ④ 68° ⑤ 70°

해설

$\angle CPT = \angle CAP = 85°$
$\angle TPB = \angle BDP = 32°$
$\therefore \angle BPD = 180° - (85° + 32°) = 63°$

5. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\angle ABD = \angle ACD$　　② $\angle PBA = \angle ADC$

③ $\angle BAD + \angle DCB = 180°$　　④ $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

⑤ $\overline{QA} \cdot \overline{QC} = \overline{QB} \cdot \overline{QD}$

해설

④ $\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설
③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

7. 3개의 변량 a, b, c의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $n-m$의 값은?

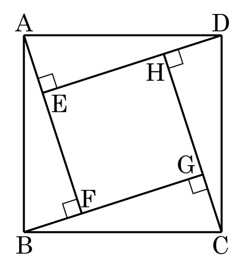
① 115 ② 135 ③ 165 ④ 185 ⑤ 200

해설

$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$

$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$

8. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, 사각형 ABCD 와 EFGH 의 넓이는 각각 169 cm^2, 16 cm^2 이다. 이 때, 두 사각형의 둘레의 길이의 차는?

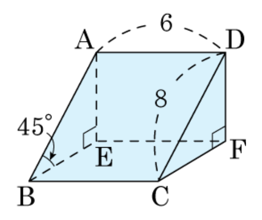


① 36 cm　② 32 cm　③ 28 cm　④ 25 cm　⑤ 24 cm

해설

사각형 ABCD 와 EFGH 는 정사각형이므로
사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{169} = 13(\mathrm{cm})$ 이고,
사각형 EFGH 의 한 변의 길이는 $\sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $13 \times 4 - 4 \times 4 = 36(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{CD} = 8$, $\overline{AD} = 6$, $\angle ABE = 45°$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 부피는?



① $12\sqrt{6}$　② $\frac{68\sqrt{6}}{3}$　③ 48

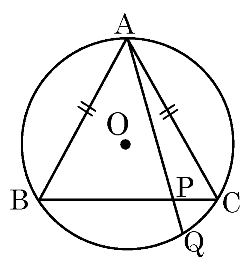
④ $68\sqrt{6}$　⑤ 96

해설

$\overline{BE} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$

삼각기둥의 부피는 $4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times 6 = 96$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선이 밑변 BC 와 점 P 에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q 에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



① $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.

② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.

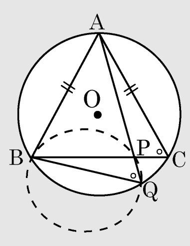
③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.

④ $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, C 를 지나는 원의 접선이면$\angle ABP = \angle AQB$ 이다.

⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AB}$ 는 세 점 P, Q, B 를 지나는 원의 접선이다.

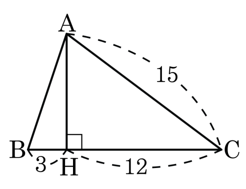
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)
$\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB 의 원주각)
$\therefore\ \angle ABC = \angle AQB$
따라서 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

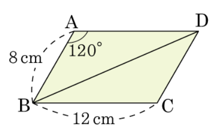
11. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설
$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$ 일 때, 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이의 제곱의 값을 구하면?



① 108 ② 144 ③ 196 ④ 304 ⑤ 340

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle ADH$ 에서

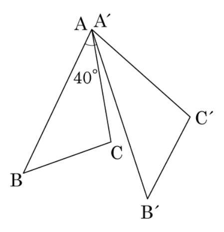
$\overline{AH} = \overline{AD}\ \cos 60° = 6$

$\overline{DH} = \overline{AD}\ \sin 60° = 6\sqrt{3}$

$\triangle BDH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2} \\ &= \sqrt{(6+8)^2 + \left(6\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{304}(\text{cm})\end{aligned}$$

13. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 $40°$ 회전시킨 것이다. 점 A, B, B′, C′ 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 100°　② 105°　③ 110°　④ 115°　⑤ 120°

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$, $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ 이므로

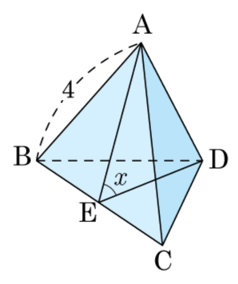
$\angle ACB = \angle A'C'B'$

$\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 $180°$

즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70° + \angle AC'B' = 180°$

$\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110°$

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

해설

점 A 에서 밑면 △BCD 에 내린 수선의 발 H 는 △BCD 의 무게중심이 된다.

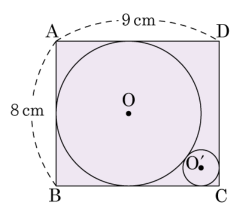
$\therefore\ \overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$

△DBC 에서 $\overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

△AEH 에서 $\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$

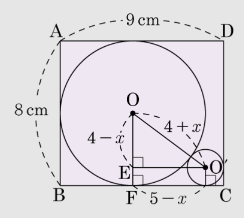
15. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 9cm , 세로의 길이가 8cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 큰 원과 작은 원의 넓이의 합은?



① $4\pi \mathrm{cm}^2$　② $16\pi \mathrm{cm}^2$　③ $17\pi \mathrm{cm}^2$

④ $18\pi \mathrm{cm}^2$　⑤ $20\pi \mathrm{cm}^2$

해설



큰 원의 반지름은 $4\,\mathrm{cm}$,

작은 원의 반지름을 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하면

$\overline{\mathrm{OO'}} = 4 + x,\ \overline{\mathrm{OE}} = 4 - x,\ \overline{\mathrm{O'E}} = \overline{\mathrm{CF}} = 5 - x$ 이므로

$(4 + x)^2 = (4 - x)^2 + (5 - x)^2$

$x^2 - 26x + 25 = 0, (x - 1)(x - 25) = 0\ \therefore\ x = 1$

따라서 두 원의 넓이의 합은 $\pi \times 4^2 + \pi \times 1^2 = 17\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.