

1. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$
㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

2. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

3. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

4. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ① $3x^2 + 12x - 13$ ② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$ ④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

5. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

6. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

7. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

8. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 + bx + 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c \\ \therefore & a = c, b = 1, c = 3 \\ \text{따라서 } & a = 3, b = 1 \end{aligned}$$

9. 실수 x 가 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18 \end{aligned}$$

10. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176 인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

- ① $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
 $= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
- ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하면 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \cdots \textcircled{1}$
또, 모든 모서리의 길이의 합은 176 이므로 $4(a+b+c) = 176$
 $\therefore a+b+c = 44 \cdots \textcircled{2}$
이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \cdots \textcircled{3}$
따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152 이다.

11. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1)=(x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 0

해설

$a < c$ 에서 $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서
 $x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$
 $x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$
 $\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$
 $\therefore a + b + c + d = 0$

12. 등식 $\frac{2x^2 + 13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

양변에 $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면
 $2x^2 + 13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서
 $x = 1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여 A, B, C 를 구하면
 $B = 5, C = -2, A = 4$
 $\therefore A+B+C = 7$

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 - ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 - ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 - ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
 - ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$$\begin{aligned} \frac{a-b+c}{a+b+c} &= \frac{-a-b+c}{a-b-c} \text{에서} \\ (a-b+c)(a-b-c) &= (a+b+c)(-a-b+c) \\ (a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) &= 0 \\ (\text{좌변}) \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} \\ &= (a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2 \\ &= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2 \\ \text{따라서, } 2a^2 + 2b^2 - 2c^2 &= 0 \text{ 이므로 } a^2 + b^2 = c^2 \\ \text{그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 } c \text{인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

14. $x - y = 1$ 이고 $x^2 + y^2 = -1$ 일 때, $x^{10} + y^{13}$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x - y = 1$ 에서 $y = x - 1$
이것을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2x^2 - 2x + 2 = 0$
 $x^2 - x + 1 = 0$
양변에 $x + 1$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$
 $\therefore x^3 = -1$
또 $x = y + 1$ 을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2y^2 + 2y + 2 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \therefore y^3 = 1$
 $\therefore x^{10} + y^{13} = (x^3)^3 \cdot x + (y^3)^4 \cdot y$
 $= (-1)^3 \cdot x + 1^4 \cdot y$
 $= -(x - y) = -1$

15. 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)^{10} = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_{10}$ 이 성립할 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은? (단, a_i 는 상수, $i = 0, 1, 2, \dots, 10$)

① -2^{10} ② -2^9 ③ 2^9 ④ 2^{10} ⑤ 2^{55}

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0 \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} = 2^{10} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{하면 } 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_9) = -2^{10}$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_9 = -2^9$$