

1. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

2. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으면?

① $y = 2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -4x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록이다.

① $y = 2x^2$ 에서 $2 > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

② $y = \frac{1}{3}x^2$ 에서 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 에서 $\frac{2}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

3. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 -3 만큼 평행 이동시킨 함수의 식은?

① $y = -3x^2$

② $y = -3x^2 + 3$

③ $y = 3x^2 + 3$

④ $y = 3x^2 - 3$

⑤ $y = -3x^2 - 3$

해설

$y = -3x^2 - 3$

4. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 점 $(2, 12)$ 를 지난다. 이 때, p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y = (x - p)^2 + 3$ 이다. 점 $(2, 12)$ 를 지나므로 대입하면 $12 = (2 - p)^2 + 3, 9 = (2 - p)^2, 2 - p = \pm 3$
 $\therefore p = 5$ 또는 $p = -1$

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + 3 \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 3x^2 - 12x + 15 \\ \therefore a &= 3, b = -12, c = 15 \\ \therefore a + b + c &= 3 + (-12) + 15 = 6\end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(-4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$

이므로 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ 이고, x 의 값이 -4 이므로 대입하면 $y = -2$ 이다. 따라서 $k = -2$ 이다.

7. 이차함수 $y = -3(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
- ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
- ④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

8. 다음 중 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 (4, 2)이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
 - ④ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ⑤ $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 (4, 2), 축의 방정식은 $x = 4$ 이다. $1 < 2$ 이므로 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

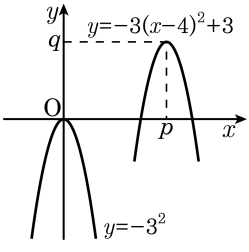
9. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(-1, -2)$ 를 지난다. 이 때, q 의 값은?

① 5 ② -5 ③ 6 ④ -6 ⑤ 7

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = -2(x+3)^2 + q$ 이다.
점 $(-1, -2)$ 를 지나므로 대입하면 $-2 = -2(-1+3)^2 + q$,
 $-2 = -8 + q$ 이다.
 $\therefore q = 6$ 이다.

10. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p , q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4$, $q = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로
 $y = 5(x - 1)^2 + q$
 $y = 5x^2 + ax + 8$
 $= 5(x - 1)^2 + q$
 $= 5x^2 - 10x + 5 + q$
 $5 + q = 8, q = 3$ 이다.
따라서 $y = 5(x - 1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 (1, 3) 이다.

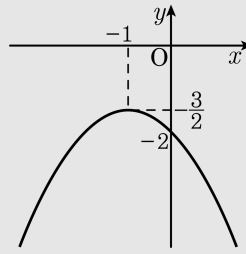
12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

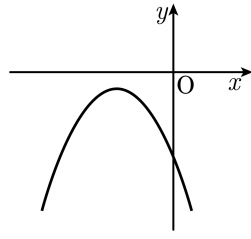
▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



13. 이차함수 $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

14. 포물선 $y = (x - a + 1)^2 + (a^2 + 2a - 9)$ 의 꼭짓점이 $(1, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a - 1, a^2 + 2a - 9)$ 이 $(1, k)$ 이므로

$$a - 1 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$a^2 + 2a - 9$ 에 $a = 2$ 을 대입하면

$$4 + 4 - 9 = k$$

$$\therefore k = -1$$

15. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니, $y = 2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, $m - n$ 의 값은?

① -6 ② -8 ③ 6 ④ 8 ⑤ 2

해설

원래 식의 꼭짓점은 $(3, -2)$ 이고
평행이동한 후의 꼭짓점은 $(-2, 1)$ 이다.
 $\therefore m = -5, n = 3$
 $m - n = -5 - 3 = -8$

16. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

17. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\&= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

18. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

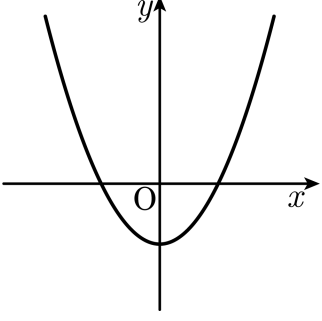
④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

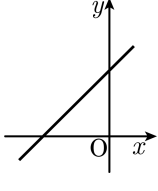
해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.
따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

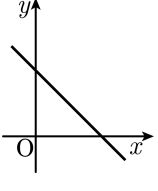
19. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + q$ 의 그래프는?



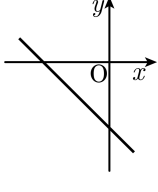
①



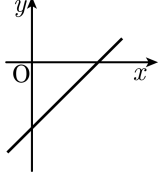
②



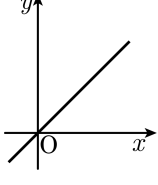
③



④



⑤



해설

$a > 0, q < 0$

20. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$