

1. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, \square 안에 \in 기호가 들어가야 하는 것은?

① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$
④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다. 3과 6, 7은 집합 A 의 원소가 아니고 1과 4는 집합 A 의 원소이다.

2. 집합 $A = \{1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\emptyset \in A$ ② $\emptyset \subset A$ ③ $\{1, 2\} \in A$
④ $\{1\} \in A$ ⑤ $\{2\} \in A$

해설

1, 2는 집합 A 의 원소이므로 $1 \in A$, $2 \in A$ 이고, 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset A$ 이다.

3. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소 b 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답:

개

▷ 정답: 8 개

해설

$$2^{(b \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

4. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$ ③ $\{1, 2, 4\}$
④ $\{2, 3, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

- ④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

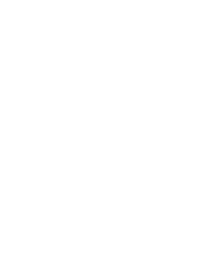
5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A - B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 17$ 일 때, $n(B)$ 는?

- ① 10 ② 12 ③ 13 ④ 18 ⑤ 30

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 17$$

벤다이어그램을 그려보면



$$n(B) = 35 - (17 + 5) = 13$$

$$\therefore n(B) = 13$$

6. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{2x}$ ② $\frac{1}{6x}$ ③ $\frac{5}{6x}$ ④ $\frac{11}{6x}$ ⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

7. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?

① $y = \sqrt{x-2} + 1$

② $y = \sqrt{x-2} - 1$

③ $y = \sqrt{x+2} + 1$

④ $y = \sqrt{x+2} - 1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$



해설

x 축으로 -2 만큼

y 축으로 -1 만큼 평행이동했으므로

x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$$y = \sqrt{x+2} - 1$$

8. 다음 보기 중 집합은 모두 몇 개인가?

보기

- Ⓐ 우리나라의 놀이공원의 모임
- Ⓑ 머리가 긴 가수들의 모임
- Ⓒ 10에 가까운 수들의 모임
- Ⓓ 큰 자동차들의 모임
- Ⓔ 1보다 작은 자연수의 모임
- Ⓕ 6의 배수의 모임

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- Ⓐ ‘긴’이라는 단어가 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- Ⓒ ‘가까운’이라는 단어는 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- Ⓓ ‘큰’이라는 단어는 사람에 따라 그 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

9. 다음 중 옳지 않게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x\text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 3, 5\}$
- ② $\{x \mid x\text{는 } 10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ③ $\{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $\{x \mid x\text{는 } 20\text{미만의 } 4\text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 2 \times n + 1, 1 \leq n \leq 3, n\text{은 자연수}\} = \{3, 5, 7\}$

해설

① $\{x \mid x\text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

10. 다음 집합들 중 서로소인 것은?

Ⓐ $A = \{x \mid x = 2n, n \text{은 자연수}\}, B = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$

Ⓑ $A = \{x \mid x = 6m, m \text{은 정수}\}, B = \{x \mid x = 3m, m \text{은 정수}\}$

Ⓒ $A = \{x \mid x \text{는 } x^2 \leq 4 \text{ 인 정수}\}, B = \{0, 1, 2\}$

Ⓓ $A = \{x \mid x \text{는 복소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 실수}\}$

Ⓔ $A = \{x \mid 3 \leq x < 8\}, B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

해설

A 는 짝수의 집합, B 는 홀수의 집합을 나타내기 때문에 서로소인 집합이 된다.

11. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{3, 6, 8\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?

- ① {1} ② {3} ③ {6}
④ {3, 6} ⑤ {3, 10}

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $A - B^c = \{1, 2, 3, 6\} - \{1, 2, 10\} = \{3, 6\}$ 이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A \cap B^c) \cup (B - A^c)$ 와 같은 집합은?

① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cap B^c) \cup (B - A^c) &= (A \cap B^c) \cup (B \cap A) \\&= A \cap (B^c \cup B) \\&= A \cap U = A\end{aligned}$$

13. 다음 벤 다이어그램의 빛금 친 부분을 표현한 것으로 옳은 것은?



- ① $A - (A \cap B)$ ② $A \cap B^c$ ③ $A - B$
④ $(A \cup B) - B$ ⑤ $A^c - B^c$

해설

①, ②, ③, ④



14. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합이고 $n(U) = 50, n(A \cap B) = 8, n(A^c \cap B^c) = 9, n(A \cap B^c) = 15$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

- ① 23 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 29

해설

$$\begin{aligned}n(U) &= 50, n(A \cap B) = 8 \\n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 9 \\&\Rightarrow n(A \cup B) = 41 \\n(A \cap B^c) &= n(A - B) = 15 \\&\therefore n(B) = n(A \cup B) - n(A - B) = 41 - 15 = 26\end{aligned}$$

15. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다.
증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - (|a + b|)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a + b|)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b, b \geq c \Rightarrow a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

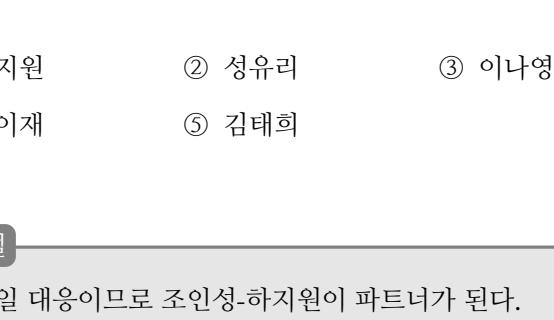
④ $a - b \geq 0 \Rightarrow a \geq b$

⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2 \Rightarrow a \geq b$

해설

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - (|a + b|)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \quad (\textcircled{3}) \Rightarrow \text{쓰임} \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \quad (\textcircled{1}) \Rightarrow \text{쓰임} \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a + b|)^2 \quad (\textcircled{4}) \Rightarrow \text{쓰임} \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \quad (\textcircled{5}) \Rightarrow \text{쓰임} \\ &\text{따라서, } \textcircled{2} \text{는 쓰이지 않았다.} \end{aligned}$$

16. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짹을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



현빈 강동원 공유 김래원 조인성

하지원 김태희 허이재 이나영 성유리

① 하지원

② 성유리

③ 이나영

④ 허이재

⑤ 김태희

해설

일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

17. 함수 $f(x) = ax + 3$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같아지도록 하는 상수 a 의 값을 얼마인가?

① -3 ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = ax + 3$ 으로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이면 $(f \circ f)(x)$ 이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$ 이 성립한다.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3$$

$$= a^2x + 3a + 3$$

$$a^2x + 3a + 3 = x \text{에서 } a^2 = 1, 3a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

18. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B)) \text{ 이다.}$$

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.

19. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중에서 일대일 대응의 개수를 m , 상수함수의 개수를 n 이라 할 때, $m - n$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

일대일 대응의 개수는 a, b, c 를 나열하는 방법의 수와 같으므로 $m = 6$
상수함수의 개수는 치역이 a, b, c 인 경우의 3 가지
 $\therefore m = 3$

따라서 $m - n = 6 - 3 = 3$

20. $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 할 때, X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수와 X 에서 Y 로 대응되는 일대일 함수의 개수를 더한 값은?

① 87 ② 88 ③ 105 ④ 144 ⑤ 267

해설

함수 a, b, c 모두 선택 가능한 개수는 4 가지이다.

그리고 각각을 선택하는 사건은 동시에 일어나는 것이다.

$$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ 가지}$$

일대일 함수 : $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이므로

a 가 선택 가능한 개수 : 4

b 가 선택 가능한 개수 : 3

c 가 선택 가능한 개수 : 2

이 경우 역시 각각의 사건 모두 동시에 일어난다.

$$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ 가지}$$

$$\therefore 64 + 24 = 88$$

21. 두 다항함수 $f(x) = 2x + 2$, $g(x) = x^2 - 1$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(3)$ 의 값을 구하시오. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}(f^{-1} \circ g)(3) &= f^{-1}(g(3)) = f^{-1}(8) \\ f^{-1}(8) = a \text{ 라 놓으면 } f(a) &= 2a + 2 = 8 \\ \therefore a = f^{-1}(8) &= 3\end{aligned}$$

22. 함수 f 에 대하여 역함수 f^{-1} 가 존재하고, 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 가 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $f(0) = 0$
- ② $f^{-1}(0) = 0$
- ③ $f(2) = 1$ 이면 $f(3) = \frac{3}{2}$
- ④ $f^{-1}(2) = 1$ 이면 $f(4) = 6$
- ⑤ $f^{-1}(x+y) = f^{-1}(x) + f^{-1}(y)$

해설

① $f(0+0) = f(0) + f(0)$ 이므로 $f(0) = 2f(0)$

$\therefore f(0) = 0$ (참)

② ①에서 $f(0) = 0$ 이므로 $f^{-1}(0) = 0$ (참)

③ $f(2) = f(1+1) = f(1) + f(1) = 2f(1)$

$f(2) = 1$ 이므로 $f(1) = \frac{1}{2}$

$\therefore f(3) = f(2+1) = f(2) + f(1)$

$= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (참)

④ $f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(1) = 2$

$\therefore f(2) = f(1+1) = f(1) + f(1) = 4$

$\therefore f(4) = f(2+2) = f(2) + f(2) = 8$ (거짓)

⑤ $f^{-1}(x) = a$, $f^{-1}(y) = b$ 라 하면

$f(a) = x$, $f(b) = y$

$\therefore f(a+b) = f(a) + f(b) = x + y$

$\therefore f^{-1}(x+y) = a+b = f^{-1}(x) + f^{-1}(y)$ (참)

23. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $xy + \frac{1}{z}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{y} &= 1 \text{에서 } x = 1 - \frac{1}{y} \\y + \frac{1}{z} &= 1 \text{에서 } \frac{1}{z} = 1 - y \\\therefore xy + \frac{1}{z} &= \left(1 - \frac{1}{y}\right) \cdot y + 1 - y = y - 1 + 1 - y = 0\end{aligned}$$

24. $a + b + c \neq 0$ 일 때, $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$a + b + c \neq 0$ 이므로 가비의 리를 적용하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c} &= \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} \\ &= \frac{a+b+c}{(b+c)+(c+a)+(a+b)} \\ &= \frac{a+b+c}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

25. $x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}, y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$ 의 값을 구하라.

- ① $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

해설

$$x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\therefore x+y = \sqrt{5}, x-y = 1$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

26. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$$

주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

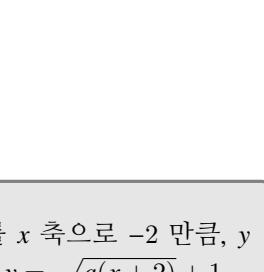
따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$$\sqrt{2} + a < 0 \text{ 이므로 } a < -\sqrt{2}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2이다.

27. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음
그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$

또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$\text{따라서 } y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1 \text{ 이고,}$$

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, b = 4, c = 1$$

$$\therefore a+b+c = 7$$

28. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다.
 $a + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로

$x = 1$ 일 때 최솟값을 가진다.

$$\therefore m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

29. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

▶ 답: 가지

▷ 정답: 10 가지

해설



30. 100 원짜리 1 개, 50 원짜리 2 개, 10 원짜리 3 개가 있다. 일부 또는 전부를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 때, 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

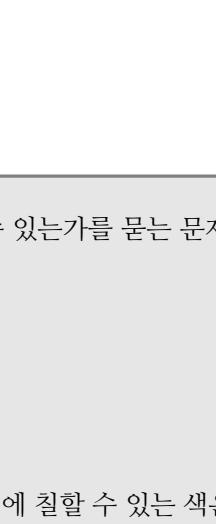
▶ 답: 가지

▷ 정답: 42 가지

해설

- ① 100 원짜리 동전을 0 개, 1 개 사용할 수 있다. 2 가지
50 원짜리 동전을 0, 1, 2 개 사용할 수 있다. 3 가지
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3 개 사용할 수 있다. 4 가지
따라서 지불 방법의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 인데 이 중에서 0 개를 사용하는 것은 지불하는 것이 아니므로 제외하면 23 가지의 지불 방법 수가 있다.
- ② 100 원짜리 동전을 50 원짜리 동전으로 교환하면 50 원짜리 동전이 4 개, 10 원짜리 동전이 3 개인 상황에서 지불 금액의 수는 $5 \times 4 = 20$ 가지 인데 이 중에서 서로 사용하지 않는 경우를 제외하면 19 가지이다.
- ①, ②에서 구하는 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합은 $23 + 19 = 42$

31. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A, B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C, D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C, D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

32. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 9 가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$
 $(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$
 $(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

33. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열 한다.

(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.

(i), (ii)는 배반적이므로,

$$\therefore {}_n P_r = \boxed{(i)} + \boxed{(ii)}$$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1} P_r$, (나): ${}_{n-1} P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1} P_r$, (나): ${}_n P_{r-1}$

③ (가): ${}_n P_r$, (나): ${}_{n-1} P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1} P_r \times r$, (나): ${}_{n-1} P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1} P_r$, (나): ${}_{n-1} P_{r-1} \times r$

해설

(i)에서 ${}_{n-1} P_r \leftarrow (가)$

(ii)에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면

$n - 1$ 개에서 $r - 1$ 개를 꺼내어 배열한 다음

$({}_{n-1} P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.

따라서 ${}_{n-1} P_{r-1} \times r \leftarrow (나)$

34. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

- ① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지)이다.

35. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누어 갑, 을, 병에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 1680 가지

해설

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 1680$$