

1. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $6 \in A$

④ $9 \notin A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $3 \notin A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

2. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은?

① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

② 한글 자음의 모임

③ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{을 만족하는 자연수}\}$

④ 키가 나보다 큰 사람들의 모임

⑤ 나보다 착한 학생의 모임

해설

⑤, '나보다 착한 학생'은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이라고 할 수 없다.

3. 다음은 밑줄친 부분 때문에 집합이 되지 않는 문장이다. 집합이 되도록 밑줄친 부분을 고칠 때, 알맞게 고친 것은?

- ① 행운의 숫자들의 모임 → 5보다 큰 숫자들의 모임
- ② 우리반에서 눈이 작은 학생들의 모임 → 우리반에서 눈이 큰 학생들의 모임
- ③ 노래 잘하는 학생들의 모임 → 노래 못하는 학생들의 모임
- ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 적은 도시의 모임
- ⑤ 키가 작은 학생들의 모임 → 키가 큰 학생들의 모임

해설

- ① ‘행운’이란 단어는 기준이 분명하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

4. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

5. 다음 설명 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은?

① $\{12\}$

② $\{8, 12\}$

③ $\{12, 16\}$

④ $\{8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 12, 16, 20\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

4, 12를 제외한 $\{8, 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합 : $\{8\}, \{16\}$

원소가 2개인 부분집합 : $\{8, 16\}$

이고, 각각의 집합에 원소 12를 넣으면 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이 된다.

7. 두 집합 $A = \{4, 6, a, 10\}$, $B = \{3a, 4 - b\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 자연수 $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 0 보다 크고 4 와 같거나 작다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$B \subset A$ 이므로 집합 B 의 모든 원소는 A 에도 포함된다.

$$3a \in A, \quad 4 - b \in A$$

a 는 0 보다 크고 4 이하인 자연수라 했으므로, 4 와 10 과 a 는 $3a$ 가 될 수 없다.

따라서 $3a = 6$ 이다. $\therefore a = 2$

$$A = \{2, 4, 6, 10\}$$

b 역시 0 보다 크고 4 이하인 자연수라 했으므로, $4 - b = 2$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 2$$

따라서 $a - b$ 는 0 이다.

8. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?

① $A = B, B = C$ 이면 $A = C$ 이다.

② $A \supset B, B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.

③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

④ $A \supset B, B \supset C, C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들어 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{6, 7, 8, 9\}$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$ 는 아니다.

9. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 32 개

② 64 개

③ 128 개

④ 256 개

⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는

$2^3 = 8$ (개) 이므로 $n(B) = 8$ 이다.

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는

$2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개) 이다.

10. 집합 $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2 (n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개

② 16 개

③ 24 개

④ 32 개

⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

11. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 14

③ 18

④ 22

⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n - 2 = 5$$

$$\therefore n = 7$$

원소의 개수가 7 개이므로 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $n = 14$ 이다.

12. 집합 $A = \{\emptyset, 2, 4, \{2, 4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{2, 4\} \subset A$

④ $\{2, 4\} \notin A$

⑤ $\{\{2, 4\}\} \not\subset A$

해설

④ $\{2, 4\} \in A$

⑤ $\{\{2, 4\}\} \subset A$

13. 집합 $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0\}, \{1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{\emptyset\} \subset A$

④ $\{0, 1\} \in A$

⑤ $\{\{0\}, 0\} \subset A$

해설

① 집합 A 에 속에 있는 $\emptyset$ 은 집합 A 의 원소이다.

② 공집합 $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합이다.

③ $\{\emptyset\} \subset A$

④ $\{0, 1\} \subset A$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구한 것은?

① 122

② 144

③ 166

④ 188

⑤ 210

해설

$A = \{6, 12, 18\}$ 이므로 부분집합은

$\{6\}, \{12\}, \{18\}, \{6, 12\}, \{6, 18\}, \{12, 18\}, \{6, 12, 18\}$ 이고 6, 12, 18
이 4번씩 들어가므로

$(6 + 12 + 18) \times 4 = 144$ 이다.

15. 집합 S 의 원소의 개수를 $n(S)$, 부분집합의 개수를 $|S|$ 라 하자. 집합 A, B 에 대하여, $|A|+|B| = |A \cup B|$, $n(A) = 10$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$n(A) = 10$ 이므로 $|A| = 2^{10}$ 이다.

$n(B) = b$, $n(A \cup B) = c$ 라 하고, 문제의 뜻에 따르면 $2^{10} + 2^b = 2^c$ 이다.

여기서 양변을 2^{10} 으로 나누면

$1 + 2^{b-10} = 2^{c-10}$ 이므로 좌변은 1보다 크고,

우변은 2의 거듭제곱이다.

$1 + 2^{b-10}$ 은 2의 배수이므로 $2^{b-10} = 1$

$\therefore b = 10$

그리고 $2^{c-10} = 2 \therefore c = 11$

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 10 + 10 - 11 = 9 \end{aligned}$$