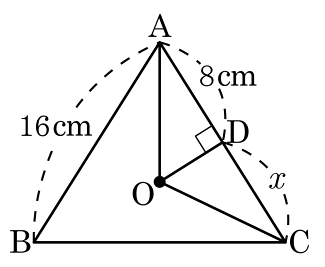
1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$의 외심일 때, x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

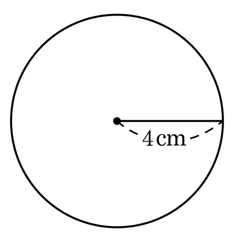
▷ 정답 : $8\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$(RHS 합동)

$\therefore\ x = \overline{AD} = 8\,\mathrm{cm}$

2. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.

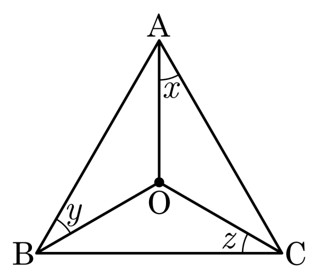


▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설
삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.
따라서 $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, $x+\ y+\ z$ 의 크기는?

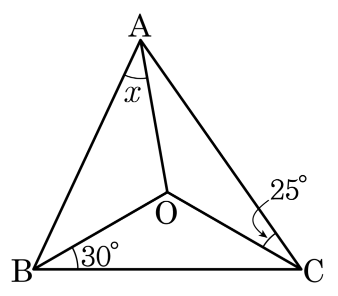


① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OCB = \angle OBC$
$\angle OAB = \angle OBA$
즉, △ABC 의 내각의 합은 $2x + 2y + 2z = 180°$ 이므로
$x + y + z = 90°$ 이다.

4. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



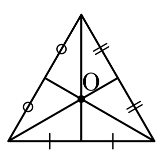
① $15\degree$ ② $20\degree$ ③ $25\degree$ ④ $30\degree$ ⑤ $35\degree$

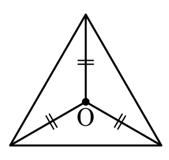
해설

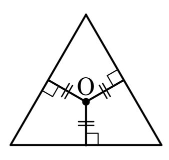
점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30\degree + 25\degree = 90\degree$

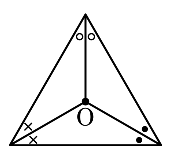
$\therefore \angle x = 35\degree$

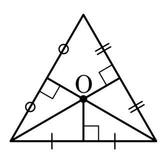
5. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


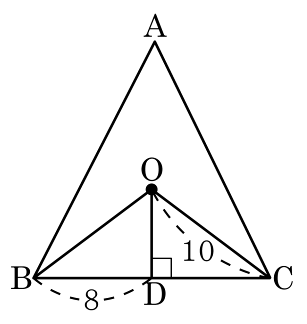
④


⑤


해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

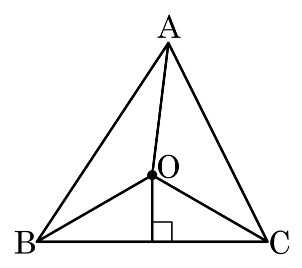


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

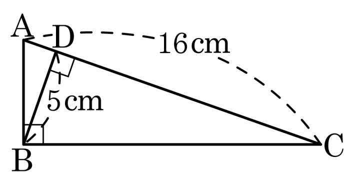
7. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$
④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설
점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

8. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

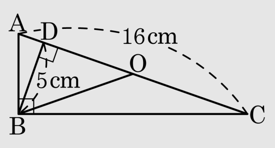


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

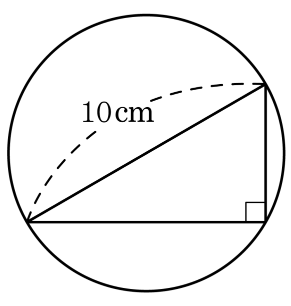
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$

9. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

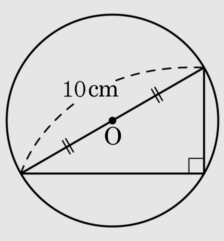


▶ 답： cm

▷ 정답： 5 cm

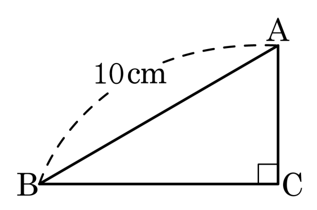
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

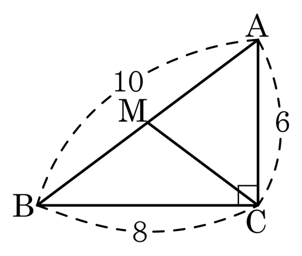
10. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5 이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 이다.

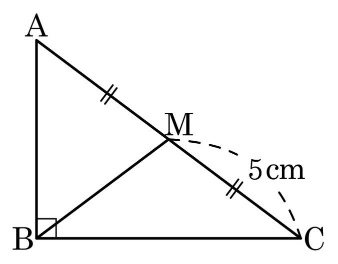
11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MC}}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설
점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
$\overline{\mathrm{MA}} = \overline{\mathrm{MB}} = \overline{\mathrm{MC}}$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{MC}} = 5$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이고 점 M이 삼각형의 외심일 때, $\overline{\mathrm{BM}}$ 의 길이는?



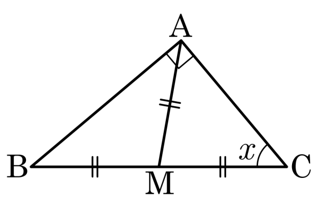
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

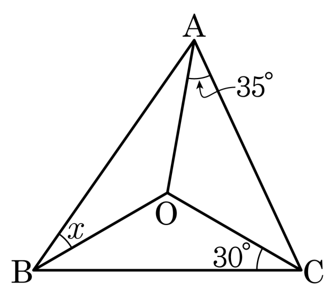


① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

14. 다음 그림고 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

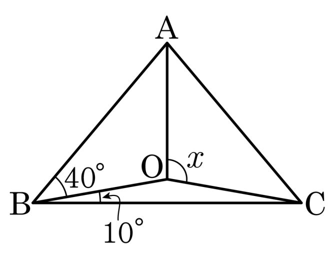
▷ 정답 : $25\underline{°}$

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

15. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



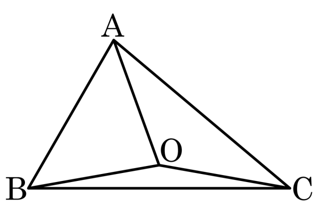
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 100°

해설

$\angle x = 50° \times 2 = 100°$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



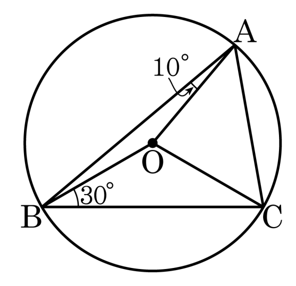
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\angle ABC = 360° \times \dfrac{3}{(2+3+4)} \times \dfrac{1}{2} = 60°$

17. 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$ 일 때, $\angle$OAC 의 크기는?

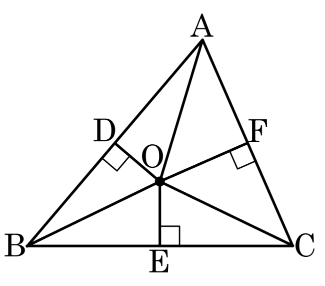


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA,\ \angle OBC = \angle OCB,$
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

18. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



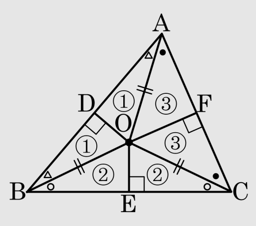
① $\angle OAD = \angle OBD$　　② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

③ $\overline{AD} = \overline{BD}$　　④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

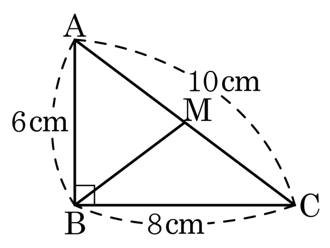
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

19. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\overline{CA} = 10cm$일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



① $10cm^2$　　② $12cm^2$　　③ $13cm^2$

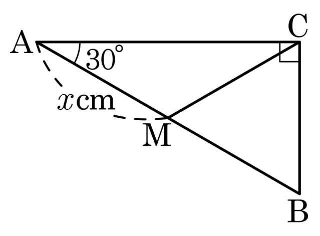
④ $15cm^2$　　⑤ $16cm^2$

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(cm^2)$

20. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\angle \mathrm{C} = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}}$, $\angle \mathrm{A} = 30°$이고, $\triangle \mathrm{BMC}$의 둘레의 길이가 $18\mathrm{cm}$일 때, x의 값을 구하여라.



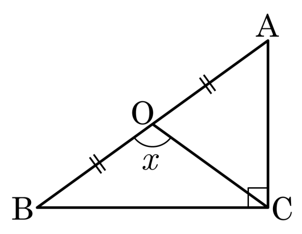
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle \mathrm{A} = 30°$이면 $\angle \mathrm{B} = 60°$이다.
$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$이므로, $\triangle \mathrm{BMC}$는 정삼각형이다.
따라서 한 변의 길이는 $6\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BM}} = 6\mathrm{cm}$
$\therefore x = 6(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

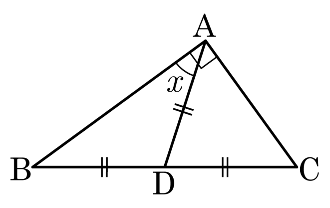
$\angle OCB = \dfrac{2}{2+3} \times 90^\circ = \dfrac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$

$\angle OCA = \dfrac{3}{2+3} \times 90^\circ = \dfrac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

22. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$

$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$

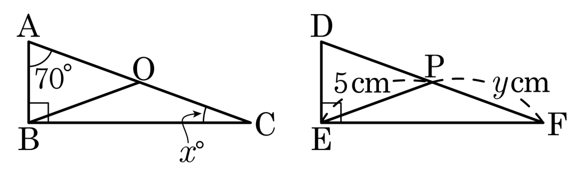
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$

$\angle BAD = \dfrac{2}{2+3}\times 90^\circ = \dfrac{2}{5}\times 90^\circ = 36^\circ$

23. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



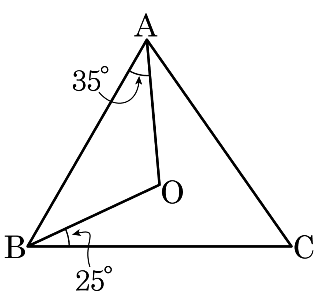
▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA}=\overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB=\angle OBA=70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로 $\angle AOB=40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB}=\overline{OC}$)
$\angle OBC=\angle OCB$
$\angle BOC=180°-\angle AOB=180°-40°=140°$
$\therefore \angle OCB=(180°-140°)\div 2=20°$
$x=20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD}=\overline{PE}=\overline{PF}=5\text{cm}$
$\therefore y=5$
i), ii) 에서 $x+y=25$ 이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

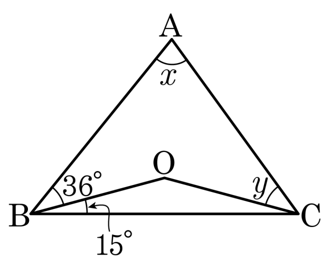
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

25. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 36 °

해설

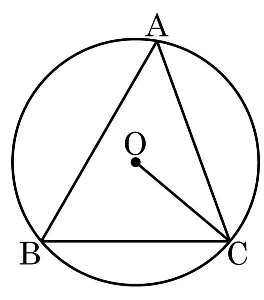
$2\angle OAC = 180° - (36° \times 2 + 15° \times 2) = 78°$

$\therefore \angle OAC = 39° = \angle y$

$\angle x = 36° + 39° = 75°$

$\angle x - \angle y = 75° - 39° = 36°$

26. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

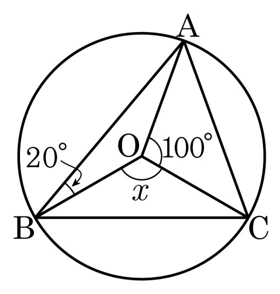


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

27. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle\mathrm{ABO} = 20^\circ$, $\angle\mathrm{AOC} = 100^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?

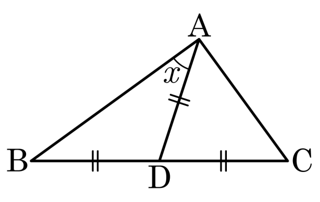


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle\mathrm{AOC}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = 40^\circ$
$\triangle\mathrm{OAB}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 20^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BAO} + \angle\mathrm{CAO} = 60^\circ$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle\mathrm{BOC} = 2\times\angle\mathrm{BAC} = 2\times 60^\circ = 120^\circ$

28. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B : \angle C = 2 : 3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle BAD = (\qquad)^{\circ}$ 이다. $(\qquad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

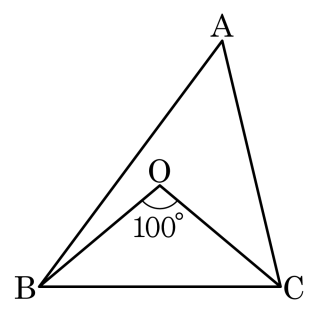
$\angle B = \angle BAD,\ \angle C = \angle DAC$이므로

$\angle B : \angle C = 2 : 3$에서 $\angle C = \frac{3}{2}x$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^{\circ}$

$\therefore\ x = 36^{\circ}$

29. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



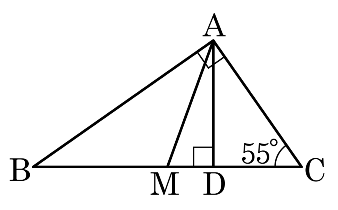
▶ 답: $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답: $\underline{50}°$

해설

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

30. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

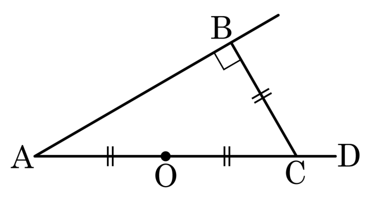


① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$
$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



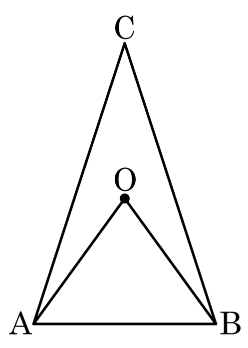
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

32. $\triangle$ABC 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



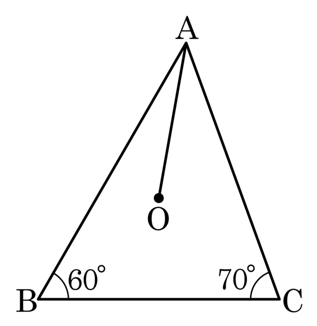
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}\,^{\circ}$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면
$2x + 2y + 2z = 180^{\circ}$, $x + y + z = 90^{\circ} \cdots$ ㉠
또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^{\circ}$
$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = 180^{\circ} - (54^{\circ} \times 2) = 72^{\circ}$

33. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$
점 O는 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OCA = \angle OAC$
$\angle OAC = \angle a$ 라 하면
$\angle OCA = \angle OAC = \angle a$
$\angle OCB = 70° - \angle a = \angle OBC$, $\angle OAB = 50° - \angle a = \angle OBA$
$\angle B = (70° - \angle a) + (50° - \angle a) = 60°$
$\therefore \angle a = \angle OAC = 30°$