1. 등식 $a(x+1)^2+b(x+1)+cx^2=3x-1$가 모든 x의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\frac{a}{c}+b$의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$(a+c)x^2+(2a+b)x+a+b=3x-1$

$\therefore a+c=0,\ 2a+b=3,\ a+b=-1$

$\therefore a=4,\ b=-5,\ c=-4$

$\therefore \frac{a}{c}+b=-6$

2. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$을 대입하면 $-18 = -6a$에서 $a = 3$

$x = 3$을 대입하면 $30 = 15b$에서 $b = 2$

$x = -2$을 대입하면 $-40 = 10c$에서 $c = -4$

$\therefore\ a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

3. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$이다. ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다. ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다. ㉣ x^3 의 계수는 3이다. ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢
② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

4. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B$, $A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　② $x^4y^2 - xy^5$　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

5. $(6x^3-x^2-5x+5)\div(2x-1)$의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a+b$를 구하면?

① $3x^2+x+1$ ② x^2+x+1 ③ $3x^2+1$

④ x^2+x-1 ⑤ $3x^2+x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a=3x^2+x-2$, $b=3$

$\therefore\ a+b=3x^2+x+1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x-1$로 나눈 몫은 $x-\frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R \\ &= (2x-1)\cdot\frac{1}{2}\cdot Q(x)+R \end{aligned}$$

6. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

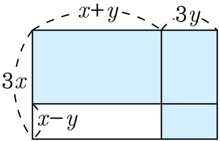
해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

7. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

8. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$$
\begin{aligned}
&(a+b-c)(a-b+c)\\
&=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}\\
&=a^2-(b-c)^2\\
&=a^2-b^2-c^2+2bc
\end{aligned}
$$

9. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && (\text{분배})\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) && (\text{분배})\\ &= x^2+(3x+2x)+6 && (\text{결합})\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

10. 다음 식 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $$\begin{aligned}(a^2+a+1)(a^2-a+1) &= (a^2+1)^2-a^2 \\ &= a^4+a^2+1\end{aligned}$$

11. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0　② 2　③ -2　④ 4　⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 \ =8+(-12)=-4$

12. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 $x,\ y,\ z$라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots ①$

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots ②$이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형
② 이등변삼각형
③ 정삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 에서 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$$

$$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$ 이고,

a, b, c 는 실수이므로, $a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

14. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 14(x > 0)$ 일 때, $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36　② 44　③ 52　④ 68　⑤ 82

해설

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = (x + \dfrac{1}{x})^2 - 2$ 이므로

$x + \dfrac{1}{x} = 4$ $(\because x > 0)$

$x^3 + \dfrac{1}{x^3} = (x + \dfrac{1}{x})^3 - 3(x + \dfrac{1}{x}) = 52$

15. $y = kx^2 + (1-2k)x + k - 1$의 그래프는 k에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를 B$(b, 1)$라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이가 $\sqrt{2}$가 되도록 하는 b의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ -2 ④ -3 ⑤ -1

해설

(i) 준식을 k에 관하여 정리하면

$(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$

이 식이 k의 값에 관계없이 성립할 조건은

$x^2 - 2x + 1 = 0,\ x - y - 1 = 0$

$\therefore\ x = 1,\ y = 0$

$\therefore\ A(1, 0)$

(ii) A$(1, 0)$, B$(b, 1)$에서

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

$b^2 - 2b = 0,\quad b(b-2) = 0\quad \therefore\ b = 0,\ 2$

$\therefore\ b$의 값들의 합은 2