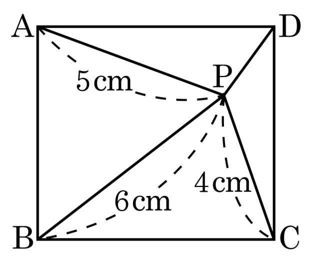
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}} = 5\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BP}} = 6\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{CP}} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PD}}$ 의 길이를 구하면?

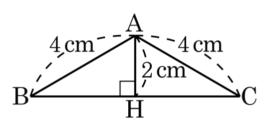


① $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　③ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{PD}^2} + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{\mathrm{PD}} = \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

2. 다음 그림의 $\overline{AB}=\overline{AC}=4\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{AH}=2\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



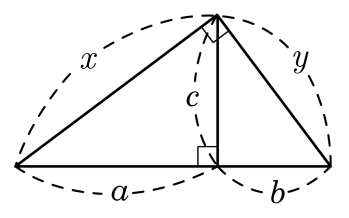
① $5\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $4\sqrt{3}\,\text{cm}$　③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})\ \therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

3. 다음 중 옳은 것을 고르면?

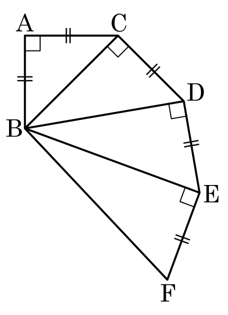


① $x^2 - a^2 = y^2 - b^2$
② $a^2 + c^2 = y^2$
③ $y^2 - c^2 = x^2 - c^2$
④ $b^2 = x^2 - c^2$
⑤ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

해설

① 피타고라스 정리에 따라
$x^2 = a^2 + c^2$
$c^2 = x^2 - a^2$ 이고
$c^2 + b^2 = y^2$
$c^2 = y^2 - b^2$ 이므로
$x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 5$ 일 때, $\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하면?

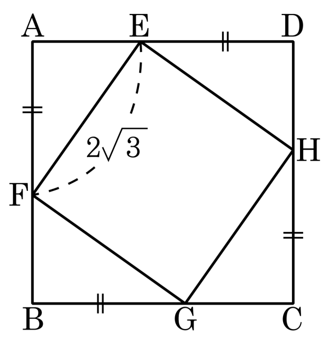


① $3\sqrt{5} + \sqrt{15}$ ② $3\sqrt{10} + \sqrt{15}$
③ $5\sqrt{3} + \sqrt{15}$ ④ $5\sqrt{5} + \sqrt{15}$
⑤ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = a$라 두면
$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 5$, $a = \sqrt{5}$이다.
$\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하기 위해서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{15}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$이다.
따라서 둘레는 $\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15} = 3\sqrt{5} + \sqrt{15}$이다.

5. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?

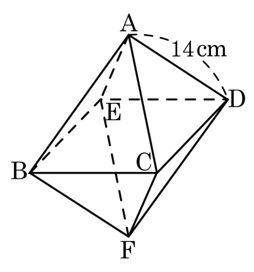


① $4(\sqrt{2}+1)$　② $8(\sqrt{3}+1)$　③ $4(\sqrt{3}+2)$
④ $8(\sqrt{2}+1)$　⑤ $8(\sqrt{2}+2)$

해설

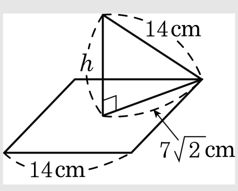
$\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \sqrt{2}x$
$\triangle$AEF 에 피타고라스 정리를 적용하면 $12 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ 이 되어 $x = 2$ 이 성립한다.
따라서 $\square$ABCD 의 둘레의 길이는 $4\left(2+2\sqrt{2}\right) = 8\left(1+\sqrt{2}\right)$ 이다.

6. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?



① $\frac{2740\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$
② $\frac{2741\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$
③ $\frac{2743\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$
④ $\frac{2744\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$
⑤ $\frac{2746\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

해설

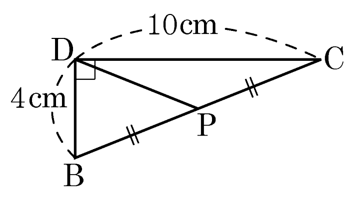


높이를 h, 부피를 V 라 하면

$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

7. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 10\mathrm{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 이등분할 때, $\overline{\mathrm{PD}}$ 의 길이는?

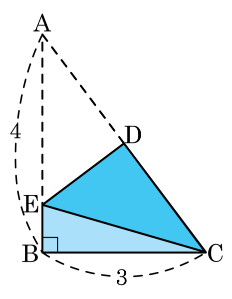


① $\sqrt{29}\,\mathrm{cm}$　② $\sqrt{30}\,\mathrm{cm}$　③ $\sqrt{31}\,\mathrm{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　⑤ $\sqrt{33}\,\mathrm{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{BD}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{\mathrm{BC}} = 2\sqrt{29}\,\mathrm{cm}$
점 P 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 이등분하므로 $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{CP}} = \sqrt{29}\,\mathrm{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{\mathrm{DP}} = \overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{CP}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DP}} = \sqrt{29}\,\mathrm{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?



① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

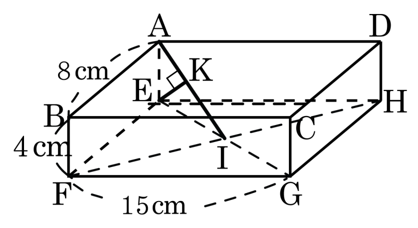
9. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I 는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AI}}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 할 때, $\overline{\mathrm{EK}}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{66\sqrt{353}}{353}$ ② $\dfrac{67\sqrt{353}}{353}$ ③ $\dfrac{68\sqrt{353}}{353}$ ④ $\dfrac{69\sqrt{353}}{353}$ ⑤ $\dfrac{70\sqrt{353}}{353}$

해설

$\overline{\mathrm{EG}} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17 \quad \therefore \overline{\mathrm{EI}} = \dfrac{17}{2}$

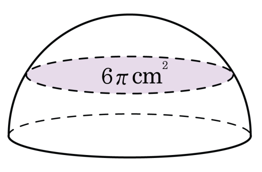
$\overline{\mathrm{AI}} = \sqrt{4^2 + \dfrac{17^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{353}}{2}$

$\triangle$AEI 의 넓이를 이용하면

$\dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EI}} = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AI}} \times \overline{\mathrm{EK}}$

$17 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{353}}{2} \times \overline{\mathrm{EK}} \quad \therefore \overline{\mathrm{EK}} = \dfrac{68\sqrt{353}}{353}$

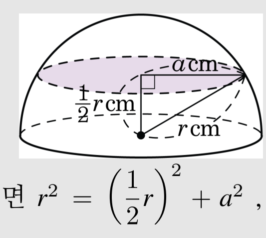
11. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$
$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

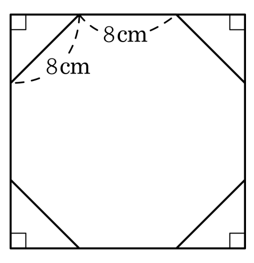
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} +$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm ② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm ④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{8}=45°$

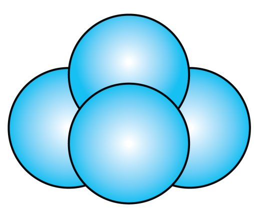
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

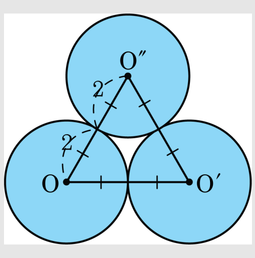
13. 다음 그림과 같이 한 개의 평면 위에 반지름이 2 인 세 개의 구를 2 개씩 외접하도록 놓고 그 위에 반지름이 같은 구를 한 개 더 놓는다. 이 때, 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체의 부피는?



① $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　② $\frac{64\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$　⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

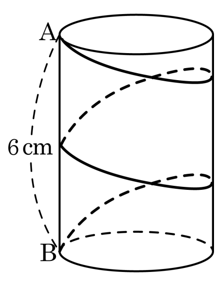
해설

반지름이 2 인 세 개의 구의 중심을 이은 도형은 길이가 4 인 정삼각형이므로 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체는 정사면체이다.



따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

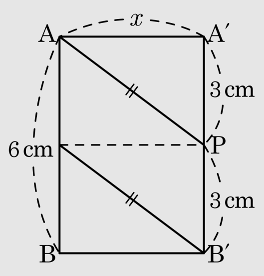
해설

열면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{\mathrm{AP}}$

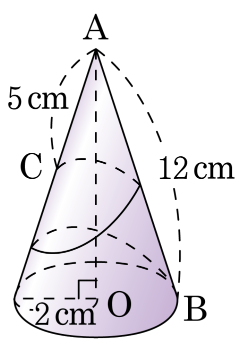
$\overline{\mathrm{AP}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$

$\therefore\ x = 4$ (cm) ($\because\ x > 0$), $2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \frac{2}{\pi}$ (cm)

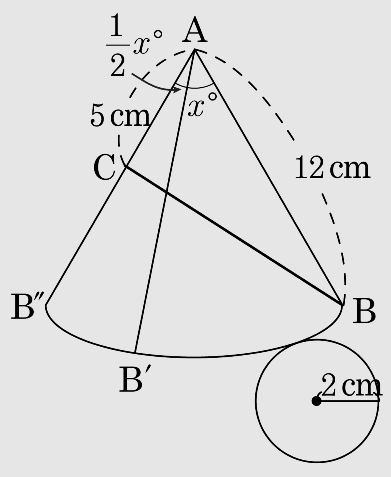


15. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

중심각 $= \dfrac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360°$ 이므로

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.