**1.** 중심이 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -1),\ \mathrm{B}(3,\ 5)$ 를 지나는 원의 반지름은 ?

① $\sqrt{7}$  ② $2\sqrt{2}$  ③ $\sqrt{10}$  ④ $2\sqrt{3}$  ⑤ $\sqrt{13}$

해설

중심이 직선 $y = x$ 위에 있으므로
구하는 원의 방정식의 중심을 $(a,\ a)$,
반지름을 $r$ 라고 하면,
$(x-a)^2 + (y-a)^2 = r^2$
이것이 $\mathrm{A}(1,\ -1),\ \mathrm{B}(3,\ 5)$ 를 지나므로
$(1-a)^2 + (-1-a)^2 = r^2 \cdots$ ①
$(3-a)^2 + (5-a)^2 = r^2 \cdots$ ②
① − ② 을 하면, $16a - 32 = 0 \quad \therefore a = 2$
이것을 ① 에 대입하면, $r^2 = 10$
$\therefore (x-2)^2 + (y-2)^2 = 10$
$\therefore$ 원의 반지름은 $\sqrt{10}$

**2.** $x,\ y$에 대한 이차방정식 $2x^2+py^2+qxy-6x+8y+2r=0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 $p,\ q,\ r$ 의 값 또는 그 범위를 구하면?

① $p>1,\ q=0,\ r<6$
② $p=\frac{7}{9},\ q<0,\ r<\frac{2}{3}$
③ $p<9,\ q=0,\ r<\frac{19}{5}$
④ $p=2,\ q=0,\ r<\frac{25}{4}$
⑤ $p>1,\ q<\frac{8}{11},\ r<\frac{7}{2}$

해설

주어진 방정식의 그래프가 원이 되려면
$x^2$ 과 $y^2$ 의 계수가 같고 $xy$ 의 항이 없어야 하므로
$p=2,\ q=0$
따라서, 주어진 방정식은
$2x^2+2y^2-6x+8y+2r=0$
이 때, 양변을 2 로 나누면
$x^2+y^2-3x+4y+r=0$
이 식을 변형하면
$\left\{x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+\left(y^2+4y+4\right)$
$=-r+\left(\frac{3}{2}\right)^2+4$
$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2=-r+\frac{25}{4}$
이것이 원의 방정식이 되어야 하므로
$-r+\frac{25}{4}>0$
$\therefore r<\frac{25}{4}$

**3.** 원 $x^2+y^2-4ax+2ay+30a-48=0$ 의 넓이가 최소일 때, 이 원의 중심의 좌표가 $(p,q)$ 이다. 이 때 $p+q$ 의 값은?

① $-9$ ② $-6$ ③ $-3$ ④ $3$ ⑤ $6$

해설

$x^2+y^2-4ax+2ay+30a-48=0$을
표준형으로 고치면
$(x-2a)^2+(y+a)^2=5a^2-30a+48$
이 원의 넓이는
$\pi(5a^2-30a+48)=5\pi(a-3)^2+3\pi$
따라서 $a=3$ 일 때 넓이가 최소.
중심은 $(6,-3)$
$\therefore p=6,\ q=-3$
$\therefore p+q=3$

**4.** 점 $(1,\ 1)$을 지나고, $x$축과 $y$축을 동시에 접하는 원은 두 개 존재한다. 이 때, 두 원의 중심거리는 얼마인가?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $4$

해설

$x$ 축, $y$ 축 동시에 접하는 원 :
$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$
$(1,1)$ 을 지나므로, $(1-a)^2+(1-a)^2=a^2$
$\Rightarrow\ \ a^2-4a+2=0$
두 근을 $\alpha,\beta$ 라 하면,
$\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=2$
두 원의 중심거리 :

$$\begin{aligned}\sqrt{(\alpha-\beta)^2+(\alpha-\beta)^2} &= \sqrt{2\left\{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\right\}}\\ &= \sqrt{2(4^2-8)}=4\end{aligned}$$

**5.** $x$축과 점$(1,\ 0)$에서 접하면서 $y$축에 동시에 접하는 원의 넓이를 직선 $y=\frac{1}{3}x+b$가 이등분할 때, $6b$의 값으로 적당한 값을 찾으면?

① 2　② $-3$　③ 4　④ $-5$　⑤ 6

**해설**

$x$축과 점$(1,\ 0)$에서 접하면서 $y$축에 동시에 접하는 원의 방정식은$(x-1)^2+(y-1)^2=1$이다.

원의 넓이를 직선 $y=\frac{1}{3}x+b$가 이등분 하므로 이 직선은 원의 중심인 $(1,1)$을 지나야 한다.

따라서 $b=\frac{2}{3}$, $6b=4$

**6.** 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 가 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직일 때, 점 $\mathrm{Q}(x+y,\ x-y)$ 의 자취는 원을 나타낸다. 이 원의 넓이는?

① $\pi$ ② $2\pi$ ③ $3\pi$ ④ $4\pi$ ⑤ $5\pi$

해설

$X=x+y$ , $Y=x-y$ 로 놓고, $x,\ y$ 에 관하여 연립하여 풀면

$x=\dfrac{1}{2}(X+Y)$,

$y=\dfrac{1}{2}(X-Y)$

이것을 $x^2+y^2=1$ 에 대입하여 정리하면

$X^2+Y^2=(\sqrt{2})^2$

따라서 구하는 넓이는 $\pi\cdot(\sqrt{2})^2=2\pi$

**7.** 두 원 $x^2 + y^2 = 1$ , $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$에 대하여 두 원이 외접할 때 $a^2 + b^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

외접하기 위한 조건은 $\sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 1$

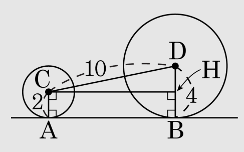
$\therefore a^2 + b^2 = 9$

**8.** 두 원 $(x+3)^2+(y+2)^2=4$, $(x-5)^2+(y-4)^2=16$ 과 두 원의 공통외접선의 교점을 각각 A, B 라 하고, 두 원의 중심을 각각 C, D 라고 할 때, 사각형 CABD 의 넓이는?

① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{6}$ ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{6}$

해설

두 원의 중심의 좌표는 각각
C $(-3,-2)$, D $(5,4)$ 이므로




$\overline{CD}=\sqrt{(5+3)^2+(4+2)^2}=10$

다음 그림과 같이 점 C 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면

$\overline{DH}=4-2=2$ 이므로

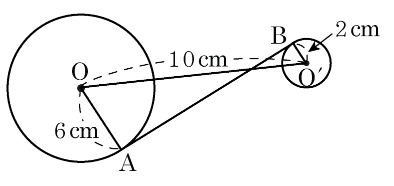
$\overline{CH}=\sqrt{100-4}=4\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{CH}=4\sqrt{6}$

따라서, 사각형 CABD는 사다리꼴이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+2)\times 4\sqrt{6}=12\sqrt{6}$

**9.** 다음 그림의 두 원 O 와 O′ 에서 공통접선 AB 의 길이를 구하면?

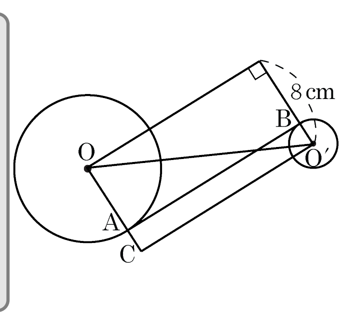



① 6　　② 8　　③ 10

④ 7　　⑤ 9

해설

다음 그림과 같이 AB를 평행이동 시켜 생각하면
OO′C 는 직각삼각형이고
$\overline{AB} = \overline{OC}$ 이다.
$\therefore \quad \overline{O'C}^2 = 100^2 - 8^2 = 36, \ \overline{O'C} = 6$



**10.** 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$과 직선 $3x + 4y - a = 0$이 서로 접할 때, $a$의 값을 구하면?

① 3 또는 20　　② 3 또는 23　　③ 2 또는 18

④ 2 또는 25　　⑤ 4 또는 30

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면

$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 2^2$

원의 중심 $(3, 1)$ 에서 직선까지의 거리

$d$ 가 2이면 접하므로

$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$\therefore\ |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$

따라서, $a = 3$ 또는 23

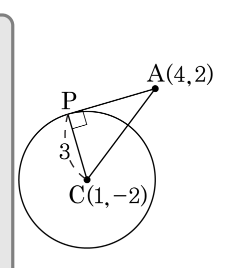
**11.** 원 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ 이 주어졌을 때, 점 $\mathrm{A}(4,\ 2)$ 에서 그은 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면
$(x-1)^2+(y+2)^2=9$ 이다.
다음 그림에서 접선의 길이는
$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CP}^2}$
한편, $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ 이고 $\overline{\mathrm{CP}}=3$
$\therefore \overline{\mathrm{AP}}=4$



**12.** 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ 에 접할 때, 양수 $a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면
$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2^2$
직선이 원에 접하므로 원의 중심
$(1,\ -1)$ 에서 직선까지의 거리가
원의 반지름의 길이2 와 같다.
따라서, $\frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$
$|a - 1| = 10$
$a - 1 = \pm 10$
$a > 0$ 이므로 $a = 11$

**13.** 점 $(3,\ -1)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 $y$절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3,\ -1)$을 지나고 접선의 기울기를 $m$이라고 하면
접선은 $y+1=m(x-3)\cdots①$
따라서 원의 중심$(0,0)$에서 직선
$mx-y-3m-1=0$과의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{5}$와 같다.
$\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{5}$ , $|-3m-1|=\sqrt{5}\sqrt{m^2+1}$
양변을 제곱하면
$9m^2+6m+1=5m^2+5,\ 4m^2+6m-4=0$
따라서, 기울기 $m=\frac{1}{2},-2$
여기서 기울기가 음수인 $-2$를 ①에 대입하면
$y=-2x+5$
따라서 $y$절편은 5이다.

**14.** 점 A$(2, 4)$와 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 위의 임의의 점 P를 이은 선분 AP의 중점의 자취의 길이는?

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $2\pi$ ⑤ $3\pi$

해설

원 위의 점을 $\mathrm{P}(a, b)$, 선분 AP의 중점을 $\mathrm{Q}(x, y)$라 하면

$x = \frac{2+a}{2},\ y = \frac{4+b}{2}$

$\therefore a = 2(x-1),\ b = 2(y-2)$ $\cdots$ ㉠

이 때 $\mathrm{P}(a, b)$가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 위의 점이므로

$a^2 + b^2 - 4a - 2b + 1 = 0$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$4(x-1)^2 + 4(y-2)^2 - 8(x-1) - 4(y-2) + 1 = 0$

$x^2 + y^2 - 4x - 5y + \frac{37}{4} = 0$

$\therefore (x-2)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right) = 1$

따라서 점 Q의 자취는 중심의 좌표가 $\left(2, \frac{5}{2}\right)$이고, 반지름의 길이가 1인 원이므로 구하는 자취의 길이는

$2\pi \doteq 2\pi$

**15.** 원 $x^2+y^2=\frac{13}{4}$ 과 함수 $y=\frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 $x$ 좌표를 $a$, $b$, $c$ ,$d$ 라 할 때, $4abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y=\frac{3}{2x}$ 을 $x^2+y^2=\frac{13}{4}$ 에 대입하면

$x^2+\frac{9}{4x^2}=\frac{13}{4}$

$x\neq 0$ 이므로 양변에 $4x^2$ 을 곱하고 정리하면

$4x^4-13x^2+9=(x^2-1)(4x^2-9)=0$

$\therefore\ x=\pm 1,\ \pm\frac{3}{2}$

따라서 구하는 답은

$4\times(-1)\times 1\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}\times 4=9$

**16.** 직선 $y = ax + b$ 를 평행이동 $f$ : $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$ 에 의하여 옮겼더니 직선 $y = 2x + 3$ 과 $y$축 위에서 직교할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2$

해설

$y = ax + b$ 의 $x$ , $y$ 대신에 각각 $x + 1$ , $y - 2$ 를 대입하면
$y - 2 = a(x + 1) + b$
$\therefore y = ax + a + b + 2$
이 직선과 직선 $y = 2x + 3$ 이 $y$ 축 위에서 직교하므로
두 직선의 기울기의 곱은 $-1$ 이고, $(0, 3)$ 을 지난다.
$a \times 2 = -1$ , $a + b + 2 = 3$
연립하여 풀면
$a = -\frac{1}{2}$ , $b = \frac{3}{2}$
$\therefore a - b = -2$

**17.** 직선 $y = 2x + 4$ 를 $x$ 축을 따라 $\alpha$ 만큼 평행이동시킨 직선을 $l$, $l$ 을 $x$ 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 $m$, $m$ 을 $y$ 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 $n$ 이라고 할 때, 직선 $l$ 이 $n$ 과 일치하도록 상수 $\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

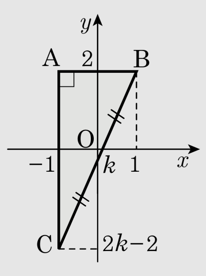
해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 $x$ 축 방향으로 $\alpha$ 만큼
평행이동시킨 직선 $l$ 은
$l$ : $y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 $x$ 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 $m$ 은
$m$ : $(-y) = 2(x - \alpha) + 4$
$n$ 은 $m$ 을 $y$ 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
$n$ : $(-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
$l$ 과 $n$이 일치하려면
$-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

**18.** 점 A $(-1, 2)$ 를 $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점을 B , 점 B 를 점 $(0, k)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이다. 이 때, 모든 실수 $k$ 의 값의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설




점 A $(-1, 2)$ 를 $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점 B $(1, 2)$ 이고,
점 C $(x, y)$ 라고 하면
$\overline{BC}$ 의 중점이 $(0, k)$ 이므로

$\frac{1+x}{2} = 0, \ \frac{2+y}{2} = k$

$\therefore x = -1, \ y = 2k - 2$

$\therefore$ C $(-1, \ 2k-2)$

이 때, 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고

$\overline{AB} = 1 - (-1) = 2, \overline{AC} = |2k - 4|$ 이므로

삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |2k - 4| = |2k - 4|$

그런데 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이므로

$|2k - 4| = 6$

$2k - 4 = 6$ 또는 $2k - 4 = -6$

$\therefore k = 5$ 또는 $k = -1$

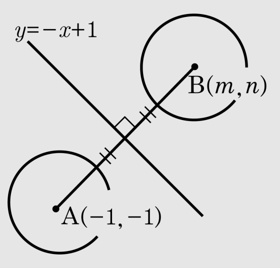
따라서, 모든 실수 $k$ 의 값의 합은 4 이다.

**19.** 원 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 을 직선 $y=-x+1$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① $-3$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $3$ ⑤ $5$

해설

원 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 을 직선 $y=-x+1$ 에 대하여 대칭이동한 도형은 반지름의 길이가 1 인 원이다.




이때, 옮기기 전의 원의 중심을 A$(-1,-1)$ ,
옮긴 후의 원의 중심을 B$(m,n)$ 이라고 하면
선분 AB 는 직선 $y=-x+1$ 과 수직이므로
$\frac{n+1}{m+1}\cdot(-1)=-1$ 에서
$m=n\cdots\cdots$ ㉠
또한, 선분 AB 의 중점 $\left(\frac{m-1}{2},\frac{n-1}{2}\right)$ 은
직선 $y=-x+1$ 위에 있으므로
$\frac{n-1}{2}=-\frac{m-1}{2}+1$ 에서
$m+n=4\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$m=2, n=2$
따라서, 대칭이동하여 옮겨진 원은 중심이 $(2,2)$ 이고 반지름의 길이가 1 이므로 그 방정식은
$(x-2)^2+(y-2)^2=1$
즉, $x^2+y^2-4x-4y+7=0$
$\therefore a=-4, b=-4, c=7$
$\therefore a+b+c=-1$

**20.** 다음 중 원 $x^2+y^2-4x+2y+3=0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2=2$　　② $x^2+y^2=3$

③ $x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$　　④ $(x+1)^2+y^2=5$

⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}$

**해설**

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
$x^2+y^2-4x+2y+3=0$ 에서 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ① 이다.

**21.** 두 점 $A(-4,\ 2)$, $B(2,\ -1)$로 부터의 거리의 비가 $2:1$ 인 점이 나타내는 원의 중심과 직선 $y=3x-4$ 의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $2$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$

$2\overline{BP}=\overline{AP}$

$4\overline{BP}^2=\overline{AP}^2$

$4\cdot\{(x-2)^2+(y+1)^2\}=(x+4)^2+(y-2)^2$

$3x^2+3y^2-24x+12y=0$

$(x-4)^2+(y+2)^2=20$

원의 중심 $(4,\ -2)$와 직선 $3x-y-4=0$ 간의 거리

$\therefore\ \dfrac{|12+2-4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

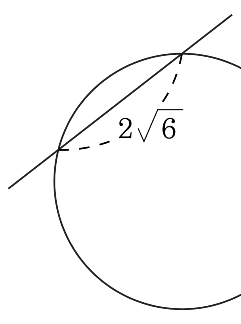
**22.** 두 원 $(x-a)^2+(y-1)^2=1$, $(x-2)^2+(y-a)^2=4$이 직교할 때 $a$의 값의 합은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

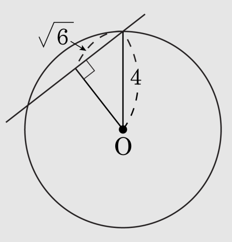
두 원의 중심이 각각 $(a,\ 1)$, $(2,\ a)$이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-2)^2+(1-a)^2}$이다.
두 원의 반지름은 각각 1, 2이므로
직교하기 위한 조건은
$(a-2)^2+(1-a)^2=1^2+2^2$
$\therefore\ a^2-3a=0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 3

**23.** 원 $x^2+y^2=16$ 이 직선 $l : ax-y-5(a-1)=0$ 에 의하여 잘린 현의 길이가 $2\sqrt{6}$ 일 때, 정수 $a$ 의 값은?




① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설




원의 중심에서 직선까지 거리

$\sqrt{4^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{10}$

$ax-y-5(a-1)=0$ 에서

$\dfrac{|-5(a-1)|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$

$25(a-1)^2=10(a^2+1)$, $15a^2-50a+15=0$

$3a^2-10a+3=0$

$(3a-1)(a-3)=0$

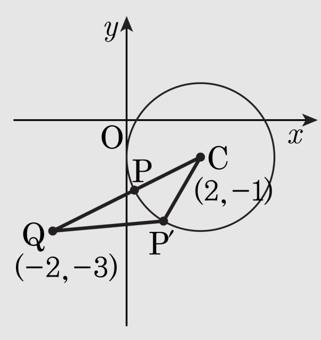
$\therefore\ a=3$

**24.** 방정식 $x^2+y^2+2(m-1)x-2my+3m^2-2=0$이 나타내는 원 중 최대인 원을 C라 할 때, C 위의 점 P에서 점 $Q(-2,\ -3)$ 까지의 거리의 최솟값을 구하면?

① $2(\sqrt{2}-1)$ ② $2(\sqrt{3}-1)$ ③ $2(\sqrt{5}-1)$
④ $2(\sqrt{6}-1)$ ⑤ $2(\sqrt{7}-1)$

해설

$x^2+y^2+2(m-1)x-2my+3m^2-2=0$ 에서
$\{x+(m-1)\}^2+(y-m)^2=-m^2-2m+3$
반지름의 길이를 $r$ 라고 하면
$r^2=-m^2-2m+3=-(m+1)^2+4$
즉, $m=-1$ 일 때, $r=2$ 로 최대이다.




한편, 원 C의 중심을 O라 할 때 그림에서와 같이
$\overline{\mathrm{CQ}}$와 원 C의 교점을 P라 하면,
원, C 위의 임의의 점 P′에 대하여
$\overline{\mathrm{CP}}=\overline{\mathrm{CP'}}=2$이고
$\overline{\mathrm{CQ}}=\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PQ}}\le\overline{\mathrm{CP'}}+\overline{\mathrm{P'Q}}$이므로
$\overline{\mathrm{PQ}}\le\overline{\mathrm{P'Q}}$
따라서, P가 $\overline{\mathrm{CQ}}$와 원 C의 교점일 때,
$\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이가 최소이다.
중심 $(2,-1)$ 과 점 $Q(-2,-3)$ 까지의 거리는 $\sqrt{(2+2)^2+(-1+3)^2}=2\sqrt{5}$
따라서, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값은 $2\sqrt{5}-2=2(\sqrt{5}-1)$

**25.** 점 $(5,\ 3)$ 을 지나는 직선을 $y$ 축 방향으로 1 만큼 평행이동 시킨 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰을 때, 이동된 직선이 점 $(-10, -5)$ 를 지난다고 한다. 이 때, 이동되기 전의 직선의 방정식은?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$　　② $y = \frac{1}{5}x + 2$　　③ $y = \frac{1}{3}x - 2$
④ $y = 4x + 1$　　⑤ $y = \frac{2}{5}x - 3$

해설

구하는 직선의 기울기를 $m$ 이라 하면
$y - 3 = m(x - 5)$
$y = mx - 5m + 3 \cdots$ ㉠
㉠을 $y$ 축 방향으로 1 만큼 평행이동시키면
$y - 1 = mx - 5m + 3$
$\therefore y = mx - 5m + 4 \cdots$ ㉡
㉡를 다시 원점에 대하여 대칭이동시키면
$-y = -mx - 5m + 4$
$\therefore y = mx + 5m - 4 \cdots$ ㉢
㉢의 그래프가 점 $(-10,\ -5)$ 를 지나므로
$-5 = -10m + 5m - 4 \therefore m = \frac{1}{5}$
따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{5}x + 2$