

1. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(1,0)$ 을 지난다고 한다. 이 때, 점 (a,b) 가 나타내는 도형의 길이를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ 2π ④ 4π ⑤ $\frac{7}{3}\pi$

해설

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$$

이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼,

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$(x-a-1)^2 + (y-b+2)^2 = 1$$

이 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로

$$(-a)^2 + (-b+2)^2 = 1$$

$$\therefore a^2 + (b-2)^2 = 1$$

따라서, 점 (a,b) 가 나타내는 도형은

중심이 $(0,2)$, 반지름의 길이가 1 인 원이므로

구하는 도형의 길이는 2π 이다.

2. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{5}$ ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 3$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$ 에서 $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 16$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 4인 ⑤이다.

3. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

- ㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.

㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

① 4회 ② 5회 ③ 6회 ④ 7회 ⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$
 $\therefore$ 5 회 이동한다.

4. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,

$(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$ 을

$x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,

$-m-2n=-3 \cdots \textcircled{1}$

점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,

$(1+m, 2+n)$

$\Rightarrow 1+m=a, 2+n=b$

$\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$

($\because \textcircled{1}$ 에서 $m+2n=3$)

5. 직선 $y = 2x + a$ 를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동하면 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

직선 $2x - y + (a - 3) = 0$ 과 $(0, 0)$ 과의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

6. 직선 $3x + 4y = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접한다. 이 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $3a + 4b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

직선 $3x + 4y = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $3(x - a) + 4(y - b) = 0$ 이므로
원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $3x + 4y - 3a - 4b = 0$ 이 접한다.
즉, 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선
 $3x + 4y - 3a - 4b = 0$ 까지의 거리가
반지름의 길이 1 과 같다.
 $\therefore \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 - 3a - 4b|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$
 $\therefore |-3a - 4b| = 5$
이 때, a, b 가 양수이므로
 $3a + 4b = 5$ 이다.

7. 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은 네 점 P(1, 3), Q(3, 0), R(5, 3), S(3, 6)을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?
- ① $a + b + 1 = 0$ ② $2a - 3b + 3 = 0$
③ $3a - b + 3 = 0$ ④ $2a - 2b + 1 = 0$
⑤ $3a - 2b + 3 = 0$

해설

직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을
 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은
 $y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3 \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 이 마름모 PQRS의 넓이를
이등분하려면 대각선
 $\overline{PR}$ 와 $\overline{QS}$ 의 교점인 $\overline{PR}$ 의 중점을 지나야 한다.
이 때, $\overline{PR}$ 의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right) =$
(3, 3)
직선 $\textcircled{1}$ 이 점 (3, 3)을 지나므로
 $3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, 6 - 2b = 3(3 - a) - 6$
 $\therefore 3a - 2b + 3 = 0$

8. $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

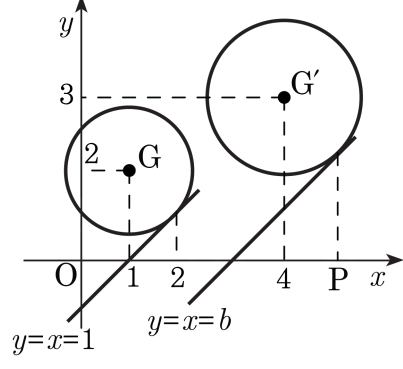
- ① $a^2+b^2=1$
- ② $a^2+b^2=4$
- ③ $a^2+b^2=9$

- ④ $a^2+b^2=16$
- ⑤ $a^2+b^2=25$

해설

$(x-1)^2+(y+2)^2=4 \cdots \textcircled{A}$
원 $\textcircled{A}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $\{(x-a)-1\}^2+\{(y-b)+2\}^2=4$
 $\{x-(a+1)\}^2+\{y-(b-2)\}^2=4 \cdots \textcircled{B}$
원 $\textcircled{A}$ 과 원 $\textcircled{B}$ 이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
 $\therefore d = \sqrt{(a+1-1)^2+(b-2+2)^2}$
 $= \sqrt{a^2+b^2} = 2+2=4$
 $\therefore a^2+b^2=16$

9. 다음 그림과 같이 같은 크기의 두 원 $G : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$, $G' : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$ 가 있다. 또, 원 G 는 $x=2$ 에서 직선 $y=x-1$ 에 접하고, G' 은 $x=p$ 에서 직선 $y=x-b$ 에 접하고 있다. 이 때, $p+b$ 의 값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

원 G' 은 원 G 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, 원 G 의 접점의 좌표는 $(2, 1)$ 이므로 원 G' 의 접점의 좌표는 $(5, 2)$ 이다.
따라서, $p=5$ 이고, 점 $(5, 2)$ 는 직선 $y=x-b$ 위의 점이므로 $2=5-b$ 에서 $b=3$
 $\therefore p+b=5+3=8$

10. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y - 1 = 0$ ③ $x + 2y - 1 = 0$

- ④ $x + 2y + 1 = 0$ ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을 A (x 축 대칭)하면 $2x - y + 1 = 0$

B (y 축 대칭)하면 $-2x - y + 1 = 0$

C (원점 대칭)하면 $2x + y + 1 = 0$ 이므로

$A \rightarrow B \rightarrow C$, $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.

$2x + y + 1 = 0$ 을 D (직선 $y = x$ 대칭)하면 $2y + x + 1 = 0$

$\therefore x + 2y + 1 = 0$

11. 원 $O : x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 원을 O' 이라고 하자. 두 원 O, O' 의 교점을 각각 A, B 라 할 때, 점 $(6, 2)$ 를 직선 AB 에 대하여 대칭이동한 점이 (a, b) 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -8 ② -12 ③ 8 ④ 12 ⑤ 0

해설

원 $O : x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면

$$O' : (x + 1)^2 + y^2 = 1$$

두 원의 방정식을 일반형으로 변형하면

$$O : x^2 + y^2 - 2y = 0, O' : x^2 + y^2 + 2x = 0$$

이 때, 직선 AB 의 방정식은 $2x + 2y = 0$,

$$\text{즉 } y = -x$$

따라서 점 $(6, 2)$ 를 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 점은 $(-2, -6)$ 이므로

$$a = -2, b = -6 \therefore ab = 12$$

12. 점 P를 x 축에 대해 대칭이동하고, x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 P와 일치하였다. 점 P의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

P(a, b)를 x 축에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (a, -b)$,
 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 3 만큼 평행이동
 $\Rightarrow (a - 2, -b + 3)$

$y = -x$ 에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (b - 3, -a + 2)$

다시 점P와 일치하므로

$b - 3 = a, -a + 2 = b$ 에서

$a - b = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$

$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

13. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0 (x \text{ 축 대칭이동})$$

$$\Rightarrow y - 2x - 3 = 0 (y = x \text{ 대칭이동})$$

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.

따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$$\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$$

14. 직선 $x - 3y + 1 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $(x - m)^2 + (y - n)^2 = 5$ 의 넓이를 이등분할 때, $3m + n$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x - 3y + 1 = 0$ 의 x 축 대칭 ($y \rightarrow -y$)
→ $x + 3y + 1 = 0$
 $x + 3y + 1 = 0$ 의 $y = -x$ 축 대칭 ($x \rightarrow -y, y \rightarrow -x$)
→ $-y - 3x + 1 = 0, y = -3x + 1$
이 직선이 $(x - m)^2 + (y - n)^2 = 5$ 의 넓이를
이등분하므로 (m, n) 을 지난다.
∴ $3m + n = 1$

15. 좌표평면에서 점 $P(1, 4)$ 를 다음 평행이동식 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 이동시킨 점을 Q 라고 할 때, 두 점 P, Q 는 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$Q = (1 + m, 4 + n)$ 으로 나타낼 수 있다.

$\overline{PQ}$ 의 기울기는 $y = 2x$ 에 수직이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고,

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{2+m}{2}, \frac{8+n}{2}\right)$ 은

$y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \text{i) } \frac{n}{m} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{8+n}{2} = m+2$$

$$\text{i) 과 ii) 를 연립하면, } m = \frac{8}{5}, n = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore m + n = \frac{4}{5}$$

16. 두 점 A(4, 1), B(5, 1) 을 직선 $x - y + 1 = 0$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

① 3

② $\frac{9}{2}$

③ $\frac{22}{3}$

④ 9

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

점 A(4, 1)의 대칭점을 C(a, b)라 하면 $\overline{AC}$ 의 중점

$M\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$ 이 직선 $x - y + 1 = 0$ 에 있으므로 대입하면

$$\frac{a+4}{2} - \frac{b+1}{2} + 1 = 0$$

$$\therefore a - b + 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

또 직선 AC는 직선 $x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로

$$\frac{b'-1}{a-4} \times 1 = -1$$

$$\therefore a + b - 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면 $a = 0, b = 5$

$\therefore C(0, 5)$

같은 방법으로 점 B(5, 1)의 대칭점 D(0, 6)이다.

$$\text{따라서 사각형 ABCD의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = \frac{9}{2}$$

17. 두 점 $A(-3, 6)$, $B(8, -1)$ 와 직선 $x + y + 1 = 0$ 이 있다. 이 직선 위의 점 P 에 대하여 $AP + BP$ 를 최소가 되게 하는 점 P 의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A(-3, 6)$ 의 직선 $x + y + 1 = 0$ 에 대한 대칭점을 $A'(a, b)$ 라 하면

$$\frac{a-3}{2} + \frac{b+6}{2} + 1 = 0, a+b = -5 \cdots \textcircled{1}$$

$AA' \perp l$ 이므로, AA' 의 기울기는 1이다.

$$\frac{b-6}{a+3} = 1, a-b = -9 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 2a = -14, a = -7, b = 2$$

$$\therefore A'(-7, 2)$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \leq \overline{A'B}$$

즉, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이고,

이 때 점 P 는 A' , B 와 일직선상에 있으므로,

$\overline{A'B}$ 의 기울기는 $\overline{BP}$ 의 기울기와 같다.

$A'(-7, 2)$, $B(8, -1)$, $P(m, n)$ 에서

$$\frac{-1-2}{8-(-7)} = \frac{n+1}{m-8},$$

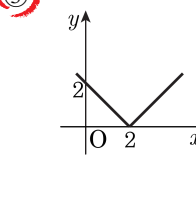
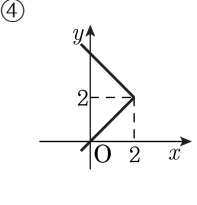
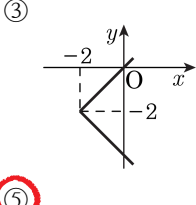
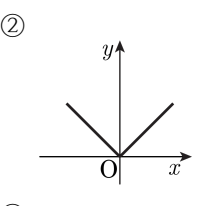
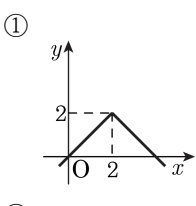
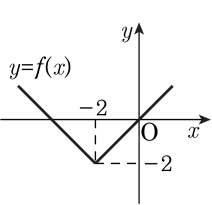
$$m+5n = 3 \cdots \textcircled{3}$$

점 P 는 직선 l 위에 있으므로, $m+n = -1 \cdots \textcircled{4}$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{에서 } m = -2, n = 1$$

$$\therefore P(-2, 1)$$

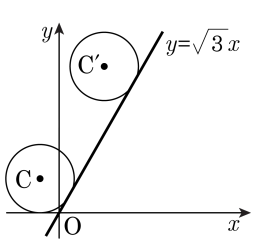
18. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

19. 다음 그림과 같이 직선 $y = \sqrt{3}x$ 와 x 축에 접하는 반지름의 길이가 1인 $C : (x + \frac{1}{\sqrt{3}})^2 + (y - 1)^2 = 1$ 이 있다. 이것을 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위로 두 바퀴 굴려 원 C' 의 방정식이 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 1$ 이 된다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?



- ① $\frac{3 + \sqrt{2}}{3} + (2\sqrt{2} + 1)\pi$ ② $\frac{3 - \sqrt{2}}{3} + (2\sqrt{2} - 1)\pi$
 ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 1)\pi$ ④ $\frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 2)\pi$
 ⑤ $\frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 1)\pi$

해설

i) 원 C 와 원 C' 의 중심을 지나는 직선의 기울기는 $\sqrt{3}$ 이므로

$$\frac{b - 1}{a + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \text{ 에서}$$

$$b = \sqrt{3}a + 2$$

ii) 원이 두 바퀴 굴러 갔으므로 원 중심 사이의 거리는 4π 이다.

$$\Rightarrow (a + \frac{1}{\sqrt{3}})^2 + (b - 1)^2 = 16\pi^2$$

i) 을 ii) 에 대입하여 정리하면,

$$4a^2 + \frac{8}{3}\sqrt{3}a + \frac{4}{3} = 16\pi^2$$

$$3a^2 + 2\sqrt{3}a + 1 = 12\pi^2$$

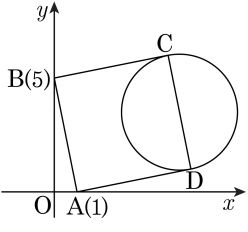
$$\Rightarrow (\sqrt{3}a + 1)^2 = (2\sqrt{3}\pi)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}\pi - 1}{\sqrt{3}} \quad (\because a > 0)$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{3}\pi + 1$$

$$\therefore a + b = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 2)\pi$$

20. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 제 1 사분면에 정사각형 ABCD 가 있다. A(1,0), B(0,5) 일 때, 변 CD 를 지름으로 하는 원의 방정식은?



- ① $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ② $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ③ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ④ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ⑤ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$

해설

정사각형이므로,

B $\rightarrow$ A : x 축으로 1, y 축으로 -5 이면

A $\rightarrow$ D : x 축으로 5, y 축으로 1 을 이동한다.

$\therefore$ D(6,1)

마찬가지로 적용하면, C = (5,6)

$\therefore$ 원의 중심 : $\left(\frac{6+5}{2}, \frac{6+1}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, \frac{7}{2}\right)$

반지름은 $\frac{\sqrt{1^2 + 5^2}}{2}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$

22. 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 가 직선 $y = mx$ 에 대하여 대칭일 때, 다음 중 m 의 값에 관계 없이 항상 성립하는 것은?

① $a + b = c + d$

② $a + c = b + d$

③ $ab = cd$

④ $ac = bd$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

해설

$\overline{AB}$ 는 $y = mx$ 에 수직한다.

$$\Rightarrow \frac{d-b}{c-a} \times m = -1$$

$$\Rightarrow (a-c) = m(d-b) \cdots \textcircled{1}$$

그리고 $\overline{AB}$ 의 중점은 $y = mx$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{b+d}{2} = m \left(\frac{a+c}{2} \right)$$

$$\Rightarrow b+d = m(a+c) \cdots \textcircled{2}$$

②를 ①에 대입하면

$$a-c = \frac{b+d}{a+c} (d-a)$$

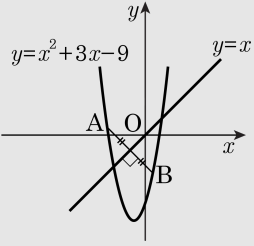
$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

23. 포물선 $y = x^2 + 3x - 9$ 위의 서로 다른 두 점 A, B 가 직선 $y = x$ 에 대하여 서로 대칭일 때, 두 점 A, B 사이의 거리는?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

A 의 좌표를 (a, b) 라 두면
B 의 좌표는 (b, a) 가 된다.
두 점은 포물선 위의 점이므로
 $a = b^2 + 3b - 9, b = a^2 + 3a - 9$ 가
성립한다.
두 식을 변변 빼서 정리하면
 $(a - b)(a + b + 4) = 0$
 $\therefore a + b + 4 = 0$ ($\because a \neq b$)
 $b = -a - 4$ 를 $b = a^2 + 3a - 9$ 에 대입하면
 $a^2 + 4a - 5 = 0, (a + 5)(a - 1) = 0$
 $a = 1$ 또는 $-5, b = -5$ 또는 1 이므로
A($-5, 1$), B($1, -5$) 가 된다.
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$



24. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 는 다음의 조건에 따라 이동한다.

- ㉠ $x > y$ 이면 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동 한다.

㉡ $x \leq y$ 이면 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한다.
- 처

음 점 P 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 점 P 가 이동을 시작하여 100 번째 도착하는 점의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ㉠ 65
- ㉡ 66
- ㉢ 67
- ㉣ 68
- ㉤ 69

해설

조건에 따라 이동시켜보면,
 $(1, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1)$
 $\rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2) \rightarrow \cdots$
 $\therefore 3n - 1$ 번째에 (n, n) 에 도착한다.
 $\Rightarrow (3 \times 33) - 1 = 98$ 번째에 $(33, 33)$ 에 도착한다.
 $\therefore 100$ 번째는 $(33, 34)$
 $\Rightarrow (a, b) = (33, 34)$
 $a + b = 67$

25. 두 변환 f, g 가 다음과 같이 주어졌을 때, $(g \circ f)(-2, 3)$ 을 구하면?

$f : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 1)$
 $g : (x, y)$ 를 원점을 중심으로 하여
반시계방향으로 90° 회전시킨다.

- ① $(4, 3)$

② $(3, -4)$

③

 $(-4, -3)$

④ $(-4, -1)$

⑤ $(4, -3)$

해설

합성변환의 정의에 의해 $(g \circ f)(-2, 3)$ 을 풀면
 $(g \circ f)(-2, 3) = g(f(-2, 3)) = g(-3, 4)$
주어진 정의에 의해 $g(-3, 4)$ 는 점
 $(-3, 4)$ 를 원점을 중심으로 하여 반시
계방향으로 회전시킨 것이므로
그림에서와 같이 $P(-3, 4)$ 에 대해 회전
이동된 점 $P'(a, b)$ 를 정하면
 $\overline{OP} = \overline{OP'}$ (회전축) ①
 $\angle POQ = \angle OP'Q'$ ②
 $\angle OQP = \angle OQ'P'$ ③
①, ②, ③에 의해 $\angle OPQ \equiv \angle P'OQ'$
따라서, 대응변으로 $\overline{OP} = \overline{P'Q'}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ'}$ 다.
이를 제사분면의 좌표로 나타내면 $P(-4, -3)$

26. 두 직선 $y = 2x, y = ax + b (a < 0, b > 0)$ 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 옮겨진 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선의 방정식 $y = 2x, y = ax + b$ 를
연립하여 풀면 $2x = ax + b, (a - 2)x = -b$

$$\therefore x = -\frac{b}{a-2} (\because a \neq 2)$$

이것을 $y = 2x$ 에 대입하면 $y = -\frac{2b}{a-2}$

즉, 두 직선의 교점의 좌표는

$$\left(-\frac{b}{a-2}, -\frac{2b}{a-2}\right)$$

따라서, 두 직선 $y = 2x, y = ax + b$ 및 y 축으로
둘러싸인 삼각형의 세 꼭지점의 좌표는

$$(0, 0), (0, b), \left(-\frac{b}{a-2}, -\frac{2b}{a-2}\right) \text{ 이므로}$$

이 삼각형의 무게중심을 G 라고 하면

$$G\left(\frac{-\frac{b}{a-2}}{3}, \frac{b - \frac{2b}{a-2}}{3}\right)$$

이때, 점 G 와 대칭이동한 후의

$$\text{삼각형의 무게 중심 } \left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right) \text{ 는}$$

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$$\left(\frac{-\frac{b}{a-2}}{3}, \frac{b - \frac{2b}{a-2}}{3}\right) \text{ 는 } \left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right) \text{ 과 같다.}$$

$$\therefore -\frac{b}{a-2} = 2 \dots\dots\textcircled{\text{㉠}}$$

$$b - \frac{2b}{a-2} = 10 \dots\dots\textcircled{\text{㉡}}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

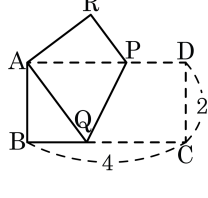
$$b - 2 \cdot (-2) = 10$$

$$\therefore b = 6$$

이것을 ㉠에 대입하면 $a = -1$

$$\therefore a + b = 5$$

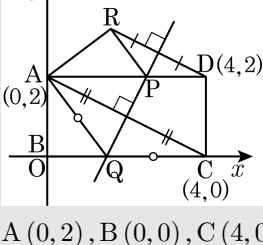
27. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 4, 2인 직사각형 모양의 종이 ABCD를 접어서 대각선의 양 끝점 A와 C가 겹쳐지도록 하였다. 이 때, 선분 BR의 길이를 구하면?



- ① $8\sqrt{5}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{8\sqrt{5}}{7}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{9}$

해설

다음 그림과 같이 점 B가 원점이 되도록 직사각형 ABCD를 좌표평면 위에 나타내면



$A(0,2), B(0,0), C(4,0), D(4,2)$

이 때, 두 점 A, C와 두 점 D, R는

각각 직선 PQ에 대하여 대칭이다.

따라서 직선 PQ는 직선 AC와 수직이고,

직선 AC의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이므로

직선 PQ의 기울기는 2이다.

또한, 직선 PQ는 선분 AC의 중점 $(2,1)$ 을 지난다.

따라서, 직선 PQ의 방정식은 $y-1=2(x-2)$,

즉 $y=2x-3$

결국 점 $D(4,2)$ 를 직선 $y=2x-3$ 에 대하여

대칭이동한 점이 R이다.

이 때, $R(a,b)$ 라고 하면

직선 DR과 직선 $y=2x-3$ 이 수직이므로

$$\frac{b-2}{a-4} \cdot 2 = -1$$

$$\therefore a+2b=8 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, 선분 DR의 중점 $\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+2}{2}\right)$ 는

직선 $y=2x-3$ 위에 있으므로

$$\frac{b+2}{2} = 2 \cdot \frac{a+4}{2} - 3$$

$$\therefore 2a-b=0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = \frac{8}{5}, b = \frac{16}{5}$$

$$\therefore R\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right)$$

$$\therefore \overline{BR} = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{256}{25}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

28. 점 (p, q) 의 점 $(-3, 2)$ 에 대한 대칭점을 점 (m, n) 이라 하고, 점 (p, q) 가 직선 $y = -3x + 2$ 위를 움직일 때, 점 (m, n) 이 움직이는 도형의 방정식을 $ax + by + c = 0$ 이라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 서로 소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 20$

해설

점 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 가 점 $P(p, q)$ 에 대하여 대칭이면

(AB 의 중점의 좌표) = (점 P 의 좌표)

두 점 (p, q) , (m, n) 의 중점이 점 $(-3, 2)$

이므로

$$\left(\frac{p+m}{2}, \frac{q+n}{2}\right) = (-3, 2)$$

$$\therefore p = -m - 6, \quad q = -n + 4$$

또한 점 (p, q) 는 직선 $y = -3x + 2$

위를 움직이므로

$$q = -3p + 2 \quad \text{즉,} \quad -n + 4 = -3(-m - 6) + 2,$$

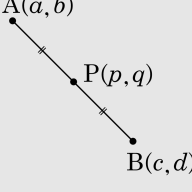
$$3m + n + 16 = 0$$

$\therefore$ 점 (m, n) 이 움직이는 도형의 방정식은

$$3x + y + 16 = 0$$

따라서, $a = 3, b = 1, c = 16$ 이므로

$$a + b + c = 20$$



29. 곡선 $y = x^2 - 3x$ 와 $y = -x^2 + x + 6$ 이 점 $P(a, b)$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = x^2 - 3x \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$y = -x^2 + x + 6 \quad \cdots \textcircled{B} \text{이라고 하자.}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 이 점 $P(a, b)$ 에 대칭이면 두 곡선의 꼭지점의 중점이 점 P 이다.

$$\textcircled{A} : y = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \quad \text{꼭지점} \left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$

$$\textcircled{B} : y = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 6$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \quad \text{꼭지점} \left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$$

$\therefore$ 중점 $(1, 2)$ 이 점 $P(a, b)$ 이다.

$\therefore a = 1, b = 2$ 이므로 $a + b = 3$

30. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ 의 중심을 A라 하고, 이 원을 직선 $l: 2x - y - 6 = 0$ 에 대하여 대칭 이동하였을 때, 이동된 원의 중심을 B라 하고, 직선 l 의 y 절편을 C라 할 때, 세 점 A, B, C에 의하여 만들어지는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
- ② $\left(\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}\right)$
- ③ $\left(\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
- ④ $\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$
- ⑤ $\left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

해설

원의 방정식을 정리하면,
 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ 중심 : A = (2, 3) B = (a, b)라 하면,
 $\overline{AB}$ 는 l 에 수직하고, $\overline{AB}$ 의 중점은 l 위에 있다.
i) 기울기 : $\frac{3 - b}{2 - a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = 8$
ii) $2 \times \left(\frac{a + 2}{2}\right) - \left(\frac{3 + b}{2}\right) - 6 = 0$
 $\Rightarrow 2a - b = 11$
i)과 ii)를 연립하면,
 $a = 6 \quad b = 1$
 $\therefore B = (6, 1)$
 l 의 절편 : C = (0, -6)
 $\therefore \triangle ABC$ 의 무게중심 :
 $\left(\frac{2 + 6 + 0}{3}, \frac{3 + 1 + (-6)}{3}\right) = \left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

31. 직선 $y = 2x + 1$ 을 직선 $y = x - 1$ 에 대하여 대칭이동 시킬 때, 이동된 도형의 방정식을 구하면?

① $x - 2y - 3 = 0$

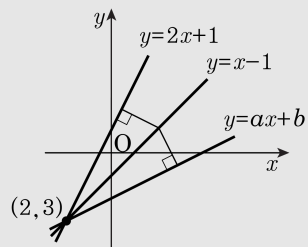
② $x - 2y - 4 = 0$

③ $2x - 3y + 3 = 0$

④ $2x - 3y + 4 = 0$

⑤ $2x - 3y + 5 = 0$

해설



i) 먼저 $y = 2x + 1$ 과 $y = x - 1$ 의 교점을 구하면 $(2, 3)$ 이다.
그리고 이점은 $y = ax + b$ 를 지난다.

$$\therefore 3 = 2a + b$$

ii) 그리고 $y = x - 1$ 의 임의의 점에서

$y = 2x + 1$, $y = ax + b$ 에 이르는 거리는 같다.

$y = ax + b$ 와의 거리 :

$$\frac{|a + 0 + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{|a + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

i) 에서 구한

$2a + b = 3$ 을 이용하여 연립하면

$$a = 2, \quad b = 1 \quad \text{또는} \quad a = \frac{1}{2}, \quad b = -2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - 2$$

($\because y = 2x + 1$ 는 두 직선이 일치)

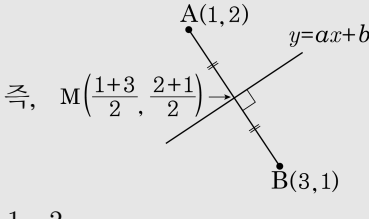
32. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 - 2y + 9 = 0$ 이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이 될 때, ab 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

두 원의 방정식은 각각 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$, $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$ 이므로
두 원의 중심 (1, 2), (3, 1) 이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이 되어야 한다.



$$\frac{1-2}{3-1} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

선분AB 의 중점

$M\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+1}{2}\right)$ 이 직선 $y = ax + b$ 위에 있으므로

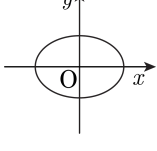
$$\frac{2+1}{2} = 2 \cdot \frac{1+3}{2} + b$$

$$\therefore b = -\frac{5}{2}$$

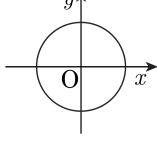
따라서, $ab = -5$

33. 좌표평면에서 점 $(2, 0)$ 의 직선 $y = 2mx$ 에 대한 대칭점을 P 라 한다. m 이 임의의 실수값을 가지며 변할 때, 점 P 의 자취로 가장 적절한 것은?

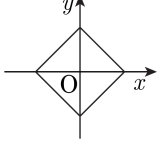
①



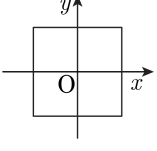
②



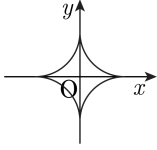
③



④



⑤



해설

$P = (X, Y)$ 라 하면, $(2, 0)$ 과 P 를 잇는 선분은 $y = 2mx$ 에 수직하고

점 $(2, 0)$ 과 P 의 중점은 $y = 2mx$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{Y}{X-2} \times 2m = -1, \quad \frac{Y}{2} = 2m\left(\frac{X+2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow m = \frac{2-X}{2Y} \quad \cdots \text{㉠}, \quad Y = 2mX + 4m \quad \cdots \text{㉡}$$

$\Rightarrow$ ㉠을 ㉡에 대입하면,

$$2Y^2 = -2X^2 + 4X - 4X + 8$$

$$\Rightarrow X^2 + Y^2 = 4$$

34. 두 점 A(2,5), B(7,0) 과 직선 $x+y=4$ 위의 한 점 P 에 대하여 $AP+BP$ 의 최솟값과 이때의 점 P 의 좌표를 구하면?

- ① $\sqrt{17}$, P(2,-1) ② $2\sqrt{17}$, P(3,1) ③ $3\sqrt{17}$, P(5,2)
 ④ $4\sqrt{17}$, P(4,8) ⑤ $5\sqrt{17}$, P(1,2)

해설

점 A(2,5) 를 직선 $x+y=4$ 에 대하여 대칭이동한 점을 $A'(a,b)$ 로 놓으면

선분 AA' 의 중점 $\left(\frac{a+2}{2}, \frac{b+5}{2}\right)$ 는

직선 $x+y=4$ 위에 있으므로

$$\frac{a+2}{2} + \frac{b+5}{2} = 4$$

$$\therefore a+b=1 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AA' 은 $x+y=4$ 와 수직이므로

$$\frac{b-5}{a-2} \cdot (-1) = -1$$

$$\therefore a-b=-3 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

①, ② 을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=2$$

$$\therefore A'(-1,2)$$

이때, 다음 그림에서

$$\begin{aligned} \overline{AP} + \overline{BP} &= \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(7+1)^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \end{aligned}$$

따라서, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{17}$

이다.

한편, $\overline{AP} + \overline{BP} = 2\sqrt{17}$ 일 때의

점 P 는 직선 $A'B$ 와 직선 $x+y=4$ 의 교점이다.

두 점 $A'(-1,2), B(7,0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면

$$y-2 = \frac{0-2}{7-(-1)}(x-(-1)),$$

$$y = -\frac{1}{4}(x-7)$$

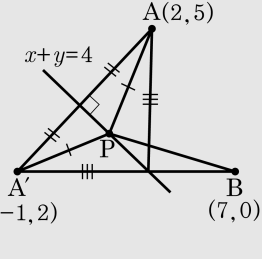
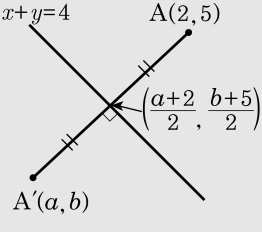
$$\therefore x+4y-7=0$$

두 방정식 $x+4y-7=0$, $x+y-4=0$ 을 연립하여 풀면

$$x=3, y=1$$

$$\therefore P(3,1)$$

따라서, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소일 때의 점 P 의 좌표는 P(3,1)



35. 정점 A(3, 2) 과 직선 $y = x + 1$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $AP + PQ + QA$ 가 최소가 되는 거리는?

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$ ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

점 (x, y) 를 직선 $y = x + k$ 에 대하여
대칭이동하면 $(y - k, x + k)$
점 A의 $y = x + 1$ 에 대한 대칭점을 A' ,
점 A의 x 축에 대한 대칭점을 A'' 이라 하면
 $A'(1, 4), A''(3, -2)$
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} =$
 $\overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''}$ 이므로
한편, $\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$
따라서, 최솟값은 $2\sqrt{10}$

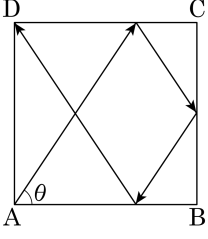
36. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 발사된 빛이 꼭짓점 D로 들어올 때, $\tan \theta$ 의 값은? (단, 입사각과 반사각은 같다.)

- ① $\frac{1}{2}$

② 1

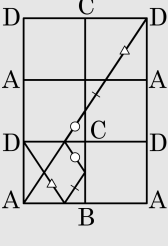
③ $\frac{3}{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$

⑤ 2

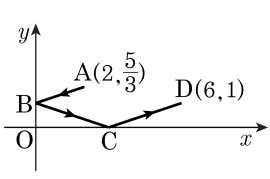


해설

다음 그림에서 정사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 발사된 빛이 그림과 같이 꼭짓점 D에 들어올 때 $\tan \theta$ 의 값은 $\frac{3}{2}$ 이다.



37. 좌표평면의 x 축, y 축 ($x \geq 0, y \geq 0$) 위에 두 평면 거울이 놓여있다. 빛이 점 $A(2, \frac{5}{3})$ 에서 출발하여 다음 그림과 같이 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 의 경로로 반사되어 점 $D(6, 1)$ 에 도달한다고 할 때, 점 C 의 x 좌표를 구하여라.



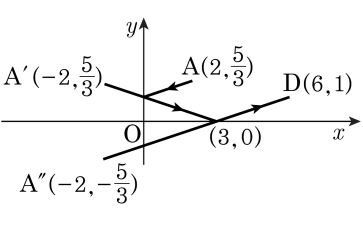
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

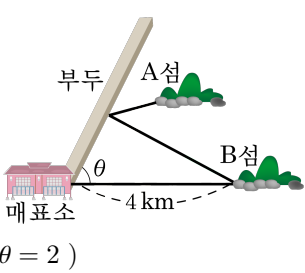
해설

A'' 와 D 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{1 + \frac{5}{3}}{6 + 2}(x - 6) + 1 = \frac{1}{3}x - 1$$
 점 C 의 x 좌표는 이 그래프의 x 절편이므로 3
 $\therefore x = 3$



38. 다음 그림과 같이 매표소를 기준으로 동쪽으로 4 km 지점에 B 섬이 있고, 동쪽으로 2 km, 북쪽으로 2 km 떨어진 지점에 A 섬이 위치하고 있다. 또, B 섬과 부두가 이루는 각이 θ 이다. A 섬 - 부두 - B 섬을 연결하는 연륙교를 만들려고 할 때, 다리의 최소 길이를 구하면? (단, $\tan \theta = 2$)



- ① $\frac{\sqrt{130}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{130}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{130}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{130}}{5}$ ⑤ $\sqrt{130}$

해설

그림과 같이 매표소를 원점 O 라 하자. $\tan \theta = 2$ 이므로 부두는 $y = 2x$ 인 직선이다.

A 의 $y = 2x$ 에 관한 대칭점을 $A'(a, b)$ 라 하면,

i) 직선 AA' 와 $y = 2x$ 는 수직이므로

$$\frac{b-2}{a-2} = -\frac{1}{2}$$

ii) $\overline{AA'}$ 의 중점 $\left(\frac{2+a}{2}, \frac{2+b}{2}\right)$ 는 $y = 2x$ 위의 점이므로,

$$\frac{2+b}{2} = 2 \cdot \frac{2+a}{2} \text{ 에서 } b = 2a + 2$$

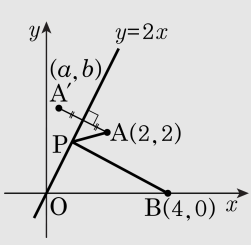
i), ii) 를 연립하면, $a = \frac{2}{5}, b = \frac{14}{5}$

$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{A'P} + \overline{PB}$ 인데

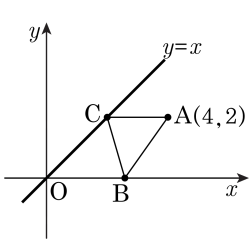
최소이기 위해서는 A', P, B 가 일직선 위에 있을 때이므로,

최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{\left(4 - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(0 - \frac{14}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{130}}{5}$$



39. 다음 그림과 같이 점 A(4, 2)와 x 축과 직선 $y = x$ 위에 각각 두 점 B, C가 있다. 이때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하면?



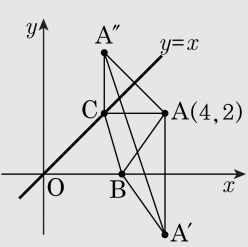
- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

점 A(4, 2)를 x 축에 대칭이동한 점 A'(4, -2)와

$y = x$ 에 대칭이동한 점 A''(2, 4)를 구하여

연결하면 다음 그림에서

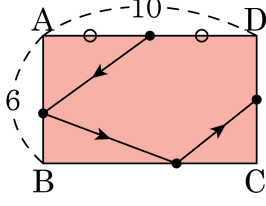


$$\begin{aligned}
 (\triangle ABC \text{의 둘레}) &= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \\
 &= \overline{A'B} + \overline{A''C} + \overline{BC} \geq \overline{A'A''}
 \end{aligned}$$

점 B와 C를 직선 A'A''이 각각 x 축과 직선 $y = x$ 와 만나는 점으로 잡을 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 최소이다.

이 때, 최솟값은 $\sqrt{(4-2)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.

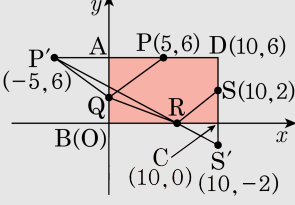
40. 직사각형 ABCD에서 변 AD의 중점에서 출발하여 변 AB, 변 BC를 거쳐 변 CD를 1 : 2로 내분하는 점에 이르는 최단 거리는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 10$)



- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

해설

점 B가 원점이 되도록 직사각형 ABCD를 좌표평면 위에 놓고 출발점을 P, 각 변과 만나는 점을 Q, R, S 라 할 때, 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' , 점 S를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 S' 이라고 하자.



이 때, 네 점 P' , Q, R, S' 이 일직선 위에 있을 때 구하는 거리는 최솟값을 갖는다.
 $\therefore P'(-5, 6)$, $S'(10, -2)$ 에서
 $\overline{P'S'} = \sqrt{(10 - (-5))^2 + (-2 - 6)^2} = \sqrt{289} = 17$