1. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cap Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow \sim q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $\sim p \rightarrow q$
④ $q \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cap Q = P$ 이므로 $P \subset Q$ 이다. 따라서, $p \rightarrow q$ 가 참이므로 대우 명제인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

2. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $\sim p \rightarrow q$
④ $q \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

3. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 P, Q, R 이라 할 때, $P - Q = R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $r \to \sim q$ ㉡ $r \to p$ ㉢ $r \to q$

㉣ $\sim r \to \sim p$ ㉤ $p \to q$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

$P - Q = R$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$Q = R^c, R = Q^c$ 이 된다.

이를 명제로 표현하면 $r \to p, q \to \sim r, r \to \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

4. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.

㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.

㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠, ㉤의 역이 참이다.

5. 다음 명제 중에서 그 역이 참인 것은? (단, 문자는 실수)

① $x = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다.

② $x \geq 1$ 이면 $x^2 \geq 1$ 이다.

③ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 2$ 이다.

④ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는$b \neq 0$ 이다.

⑤ $a = b$ 이고 $c = d$ 이면 $a + c = b + d$ 이다.

해설

역인 명제는
① $xy = 0$ 이면 $x = 0$ (거짓) (반례 : $x = 1, y = 0$)
② $x^2 \geq 1$ 이면 $x \geq 1$ (거짓) (반례 : $x = -1$)
③ $x + y \leq 2$ 이면 $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ (거짓) (반례 : $x = 2,\ y = 0$)
④ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ (참)
⑤ $a + c = b + d$ 이면 $a = b$ 이고 $c = d$ (거짓) (반례 : $a = -1,\ b = -2,\ c = 3,\ d = 4$)

6. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

① $|a| = a$ 이면 $a < 0$ 이다.

② $xy \le 0$ 이면 $x \le 0$ 또는 $y \le 0$ 이다.

③ a, b 가 짝수이면 $a + b$ 는 짝수이다.

④ $x = y$ 이면 $ax = ay$ 이다.

⑤ $x = y = 0$ 이면 $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이다.

해설

각 명제의 역을 구하면
① $a < 0$ 이면 $|a| = a$ 이다. (거짓)
(반례) $a = -1 < 0$ 이면 $|-1| = 1 \ne -1$
② $x \le 0$ 또는 $y \le 0$ 이면 $xy \le 0$ 이다. (거짓)
(반례) $x = -1$, $y = -1$ 이면 $xy > 0$ 이다.
③ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. (거짓)
(반례) $a = 1, b = 3$ 일 때, $a + b$ 는 짝수이지만 a, b 는 홀수이다.
④ $ax = ay$ 이면 $x = y$ 이다. (거짓)
(반례) $a = 0, x = 1, y = 2$ 일 때, $ax = ay$ 이지만 $x \ne y$ 이다.
⑤ $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다. (참)

7. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것은?

① $p : ac = bc,\ q : a = b$

② $p : A \subset B,\ q : A - B = \varnothing$

③ $p : a > 0$ 이고 $b < 0,\ q : ab < 0$

④ $p : a + b$ 가 정수, $q : a,\ b$ 가 정수

⑤ p : △ABC 는 정삼각형이다. q : △ABC 의 세 내각의 크기가 같다.

해설

① $ac = bc$ $\substack{\overset{\times}{\longrightarrow} \\ \overset{\circ}{\longleftarrow}}$ $a = b$ (반례 : $a = 1,\ b = 2,\ c = 0$)
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

② $A \subset B$ $\substack{\overset{\circ}{\longrightarrow} \\ \overset{\circ}{\longleftarrow}}$ $A - B = \varnothing$
따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

③ $a > 0$ 이고 $b < 0$ $\substack{\overset{\circ}{\longrightarrow} \\ \overset{\times}{\longleftarrow}}$ $ab < 0$ (반례 : $a = -2,\ b = 2$)
따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건

④ $a+b$ 가 정수 $\substack{\overset{\times}{\longrightarrow} \\ \overset{\circ}{\longleftarrow}}$ $a,\ b$ 가 정수 (반례 : $a = \frac{1}{2},\ b = \frac{3}{2}$)
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

⑤ 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.
따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

8. 다음 중 p는 q이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 <u>아닌</u> 것은?

① $p : xz = yz,\ q : x = y$

② p : 3 의 배수, q : 9 의 배수

③ $p : x = 1, y = 1,\ q : x + y = 2, xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2,\ q : x^2 - 2x - 3 = 0$

⑤ $p : a + b > 2,\ q : a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

① 필요조건
② 필요조건
③ 필요충분조건
④ 필요충분조건
⑤ [반례] $a = 2,\ b = -10$일 때, $q \to p$가 성립하지 않는다.

9. 다음 보기 중에서 p 는 q 이기 위한 충분조건인 것을 <u>모두</u> 고르면?

㉠ $p : x = 1,\ q : x^2 - 4x + 3 = 0$

㉡ $p : 0 < x < 1,\ q : x < 2$

㉢ $p : a > b,\ q : a^2 > b^2$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$P \subset Q \Rightarrow p \to q$가참
$p \to q$ 가 참이면 p 는 q 이기 위한 충분조건
㉢ $a = 1, b = -2 \Rightarrow a^2 < b^2$
$\therefore$ ㉠, ㉡ 참