

1. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cap Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow \sim q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cap Q = P$ 이므로 $P \subset Q$ 이다. 따라서, $p \rightarrow q$ 가 참이므로 대우 명제인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

2. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

3. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 P, Q, R 이라 할 때, $P - Q = R$ 을 만족한다. 다음 <보기> 중 항상 참인 명제를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $r \rightarrow \sim q$

㉡ $r \rightarrow p$

㉢ $r \rightarrow q$

㉤ $\sim r \rightarrow \sim p$

㉥ $p \rightarrow q$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

$$P - Q = R$$

따라서, $R \subset P$ 이고 집합간의 관계를 살펴보면

$$Q = R^c, R = Q^c \text{ 이 된다.}$$

이를 명제로 표현하면 $r \rightarrow p, q \rightarrow \sim r, r \rightarrow \sim q$ 이므로 참인 명제는 ㉠, ㉡이다.

4. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

- ㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.
- ㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠, ㉤의 역이 참이다.

5. 다음 명제 중에서 그 역이 참인 것은? (단, 문자는 실수)

① $x = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다.

② $x \geq 1$ 이면 $x^2 \geq 1$ 이다.

③ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 2$ 이다.

④ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.

⑤ $a = b$ 이고 $c = d$ 이면 $a + c = b + d$ 이다.

해설

역인 명제는

① $xy = 0$ 이면 $x = 0$ (거짓) (반례 : $x = 1, y = 0$)

② $x^2 \geq 1$ 이면 $x \geq 1$ (거짓) (반례 : $x = -1$)

③ $x + y \leq 2$ 이면 $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ (거짓) (반례 : $x = 2, y = 0$)

④ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ (참)

⑤ $a + c = b + d$ 이면 $a = b$ 이고 $c = d$ (거짓) (반례 :
 $a = -1, b = -2, c = 3, d = 4$)

6. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

① $|a| = a$ 이면 $a < 0$ 이다.

② $xy \leq 0$ 이면 $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이다.

③ a, b 가 짝수이면 $a + b$ 는 짝수이다.

④ $x = y$ 이면 $ax = ay$ 이다.

⑤ $x = y = 0$ 이면 $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이다.

해설

각 명제의 역을 구하면

① $a < 0$ 이면 $|a| = a$ 이다. (거짓)

(반례) $a = -1 < 0$ 이면 $|-1| = 1 \neq -1$

② $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $xy \leq 0$ 이다. (거짓)

(반례) $x = -1, y = -1$ 이면 $xy > 0$ 이다.

③ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 가 짝수이다. (거짓)

(반례) $a = 1, b = 3$ 일 때, $a + b$ 는 짝수이지만 a, b 는 홀수이다.

④ $ax = ay$ 이면 $x = y$ 이다. (거짓)

(반례) $a = 0, x = 1, y = 2$ 일 때, $ax = ay$ 이지만 $x \neq y$ 이다.

⑤ $x + y = 0$ 이고 $xy = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다. (참)

7. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것은?

① $p : ac = bc, q : a = b$

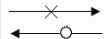
② $p : A \subset B, q : A - B = \emptyset$

③ $p : a > 0$ 이고 $b < 0, q : ab < 0$

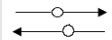
④ $p : a + b$ 가 정수, $q : a, b$ 가 정수

⑤ $p : \triangle ABC$ 는 정삼각형이다. $q : \triangle ABC$ 의 세 내각의 크기가 같다.

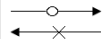
해설

① $ac = bc$  $a = b$ (반례 : $a = 1, b = 2, c = 0$)

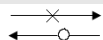
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

② $A \subset B$  $A - B = \emptyset$

따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

③ $a > 0$ 이고 $b < 0$  $ab < 0$ (반례 : $a = -2, b = 2$)

따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건

④ $a + b$ 가 정수  a, b 가 정수 (반례 : $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$)

따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

⑤ 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.

따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

8. 다음 중 p 는 q 이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 아닌 것은?

① $p : xz = yz, q : x = y$

② $p : 3$ 의 배수, $q : 9$ 의 배수

③ $p : x = 1, y = 1, q : x + y = 2, xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x - 3 = 0$

⑤ $p : a + b > 2, q : a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

① 필요조건

② 필요조건

③ 필요충분조건

④ 필요충분조건

⑤ [반례] $a = 2, b = -10$ 일 때, $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다.

9. 다음 보기 중에서 p 는 q 이기 위한 충분조건인 것을 모두 고르면?

㉠ $p : x = 1, q : x^2 - 4x + 3 = 0$

㉡ $p : 0 < x < 1, q : x < 2$

㉢ $p : a > b, q : a^2 > b^2$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$P \subset Q \Rightarrow p \rightarrow q$ 가 참

$p \rightarrow q$ 가 참이면 p 는 q 이기 위한 충분조건

㉢ $a = 1, b = -2 \Rightarrow a^2 < b^2$

$\therefore$ ㉠, ㉡ 참