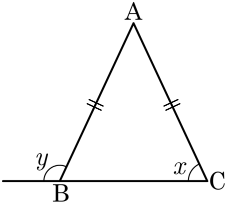
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

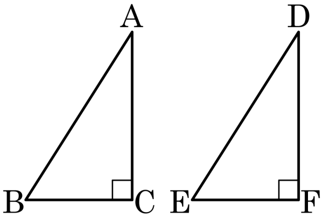
▷ 정답 : 180 °

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle C = \angle x$

$\therefore \angle x + \angle y = 180°$

2. 다음 그림의 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동이 되는 경우를 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$	㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$	㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$
㉤ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$	㉥ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle C = \angle F$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

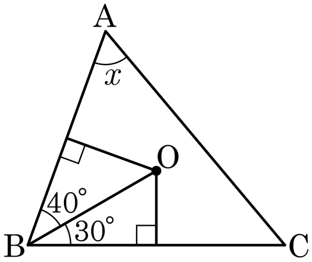
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

삼각형이 합동이 될 조건 SAS, ASA
직각삼각형이 합동이 될 조건 RHA, RHS
㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ RHS 합동
㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ ASA 합동
㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ SAS 합동
㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$ $\Rightarrow$ RHA 합동

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

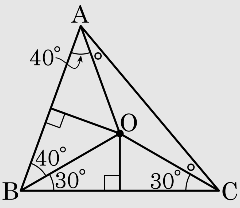


▶ 답 : °

▷ 정답 : 60 °

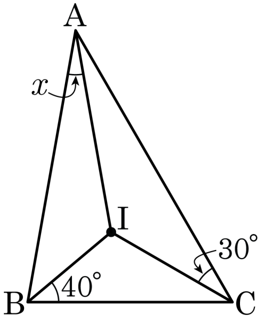
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30°$, $\angle OAB = 40°$ 이고 $\angle OCA = 90° - (40° + 30°) = 20°$ 이다.



따라서 $\angle x = 40° + 20° = 60°$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



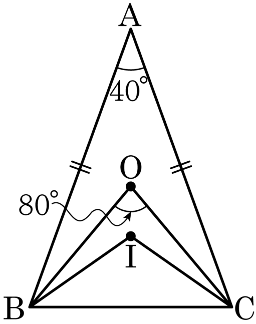
▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ **정답 :** $20\underline{\circ}$

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다.
따라서 $\angle BAI + \angle CBI + \angle ACI = 90\,^\circ$이므로
$\angle x + 40\,^\circ + 30\,^\circ = 90$
$\therefore\ \angle x = 20\,^\circ$

5. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$$

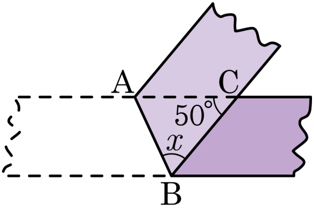
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

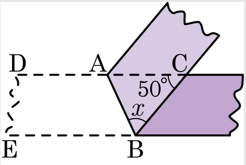
$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

6. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

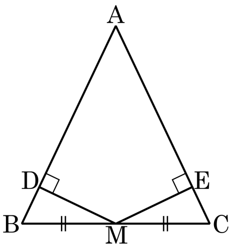
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



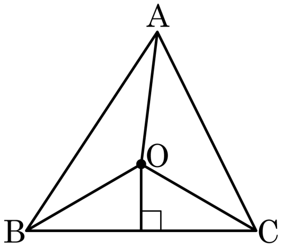
① $\overline{BM}=\overline{CM}$
② $\angle B=\angle C$
③ $\overline{BD}=\overline{CE}$
④ $\angle BDM=\angle CEM$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

8. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



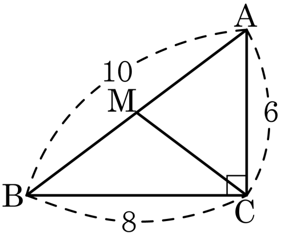
① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$

④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MC}}$의 길이는?

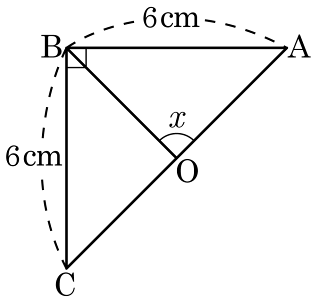


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

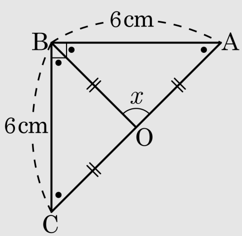
점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{\mathrm{MA}} = \overline{\mathrm{MB}} = \overline{\mathrm{MC}}$이다.
$\therefore \overline{\mathrm{MC}} = 5$

10. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70°　　② 75°　　③ 80°　　④ 85°　　⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

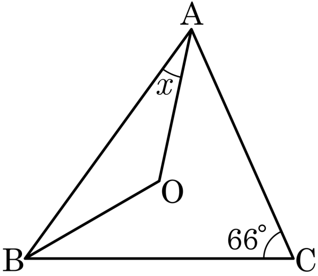
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$

따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 66°$ 일 때 $\angle BAO$ 의 크기는?



① $16°$ ② $20°$ ③ $24°$ ④ $30°$ ⑤ $33°$

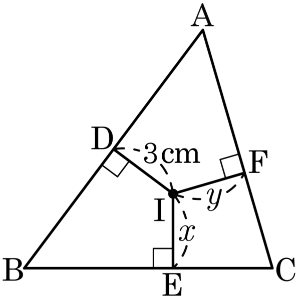
해설

$\angle AOB = 66° \times 2 = 132°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle ABO$ 에서 $2x + 132° = 180°$

$\therefore \ x = 24°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\overline{ID} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



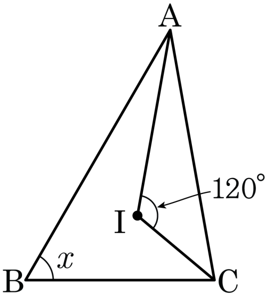
① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.

$\therefore\ x + y = 6(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



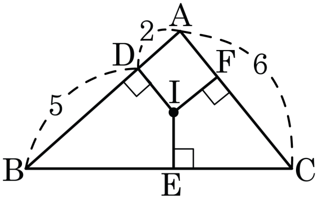
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ ^\circ}$

▷ 정답 : $60\underline{^\circ}$

해설

$$\frac{x}{2} + 90^\circ = 120^\circ,$$
$$\frac{x}{2} = 30^\circ$$
$$\therefore\ x = 60^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

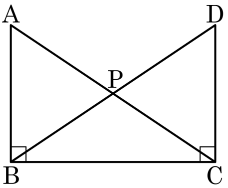


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

15. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$이면 $\triangle PBC$는 어떤 삼각형인가?



① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

i) $\overline{AC} = \overline{DB}$

ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$

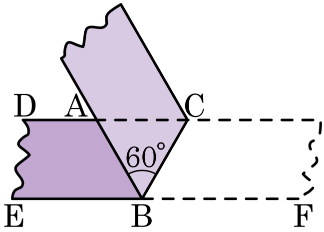
iii) $\overline{AB} = \overline{DC}$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

16. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 60°$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

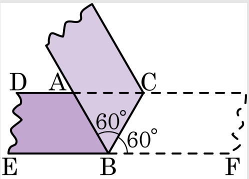
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

③ $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = \angle CBF$ 이다.

⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다.

해설



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\rightarrow$ $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.

② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다. $\rightarrow$ $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.

③ $\angle ABC = \angle CBF = 60°$ (종이 접은 각)

$\angle CBF = \angle ACB = 60°$ (엇각) $\quad \therefore \angle CAB = 60°$

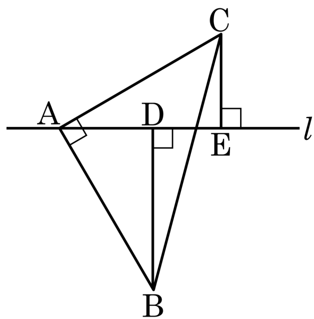
$\triangle ABC$는 내각이 모두 $60°$인 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 60° - 60° = 60°$ 이다.

$\therefore \angle ABE = \angle CBF$

⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다. $\rightarrow$ $\angle CAB = 60° \quad \therefore \angle DAB = 120°$

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, $\overline{BD} = a$, $\overline{CE} = b$ 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ADB = \angle CEA$,

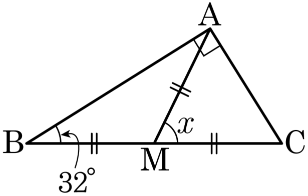
$\angle BAD = 90° - \angle CAE = \angle ACE$ 이므로

$\triangle CAE \equiv \triangle ABD$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AE} = \overline{BD} = a$, $\overline{AD} = b$

$\therefore$ $\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = a - b$

18. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

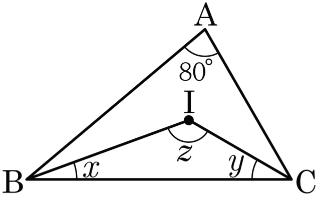
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z - (\angle x + \angle y) = ($　　　　$)^\circ$ 이다. (　　　　) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

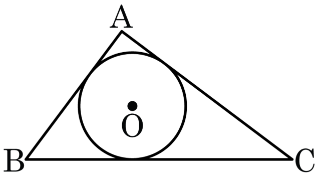
해설

$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ,\ \angle x + \angle y = 50^\circ$

$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\therefore\ \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이다. 내접원의 반지름이 $3\,\mathrm{cm}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라



① $9\,\mathrm{cm}$ ② $12\,\mathrm{cm}$ ③ $18\,\mathrm{cm}$ ④ $21\,\mathrm{cm}$ ⑤ $24\,\mathrm{cm}$

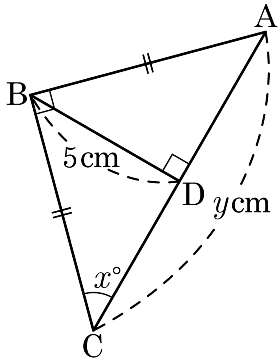
해설

삼각형 세변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle OBC + \triangle OAC + \triangle OAB$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times a + \frac{1}{2} \times 3 \times b + \frac{1}{2} \times 3 \times c$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times (a + b + c) = 36$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $24\,\mathrm{cm}$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x - y$의 값은?



① 30　② 32　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

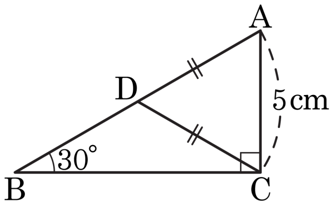
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\text{ cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

22. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

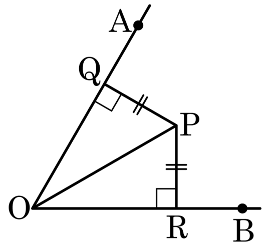


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

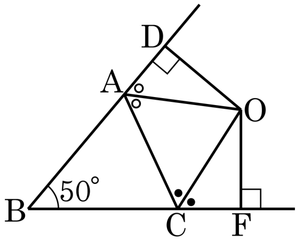
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

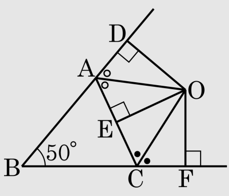
24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65　② 63　③ 61　④ 60　⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

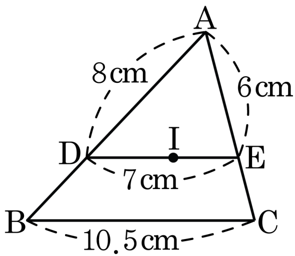
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore\ \angle a + \angle b = 65°$ $\therefore\ \angle AOC = 65°$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\text{cm})\end{aligned}$$