

1. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉦

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

2. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$

㉡ $2 \in A$

㉢ $3 \in A$

㉤ $4 \notin A$

㉥ $5 \in A$

㉦ $6 \notin A$

① ㉠, ㉡, ㉦

② ㉡, ㉤, ㉦

③ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉦

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.

옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉦이다.

3. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

4. 집합 $A = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ② $B = \{x \mid x = 2^n, n = 1, 2, 3\}$
- ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$
- ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $B = \{2, 4, 8\}$
- ③ $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ④ $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ⑤ $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

5. $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수 중 소수인 수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 15 개 ⑤ 32 개

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이고, 그중 소수는 2, 3이므로 $A = \{2, 3\}$ 이다.

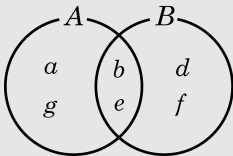
따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개)이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e, g\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, f, g\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B = \{b, d, e, f\}$

해설



$$\therefore B = \{b, d, e, f\}$$

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 4, 5, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, $(A^c \cup B^c) - B$ 의 원소를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

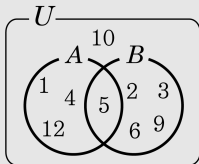
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 12

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore (A^c \cup B^c) - B = (A \cap B)^c - B = \{1, 4, 10, 12\}$$

8. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_4 \cup A_6 = A_{12}$

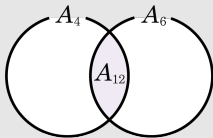
③ $A_2 \cap A_3 = A_6$

④ $(A_2 \cap A_3) \subset (A_3 \cup A_4)$

⑤ $A_3 \cap A_5 = A_{15}$

해설

$$A_4 \cap A_6 = A_{12}, A_4 \cup A_6 \neq A_{12}$$



9. 세 조건 p, q, r 에 대하여 항상 옳은 것은?

$$p : x > 2, \quad q : x < 3, \quad r : 2 < x < 3$$

① $p \Rightarrow q$

② $\sim p \Rightarrow r$

③ $\sim q \Rightarrow r$

④ $q \Rightarrow r$

⑤ $\sim p \Rightarrow \sim r$

해설

p, q, r 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 이라 하면 $R \subset P, R \subset Q$
이므로 $r \rightarrow p, r \rightarrow q$

$\therefore$ 대우 : $\sim p \Rightarrow \sim r, \sim q \Rightarrow \sim r$

10. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \cup (Q - P) = Q$ 이다. 다음 명제 중 반드시 참인 것은?

① $\sim p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $q \rightarrow \sim p$

④ $\sim q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim p \rightarrow \sim q$

해설

$$P \cup (Q - P) = P \cup (Q \cap P^c) \text{ (차집합의 성질)}$$

$$= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c) \text{ (분배법칙)}$$

$$= (P \cup Q) \cap U$$

$$= P \cup Q = Q \text{ 이므로 } P \subset Q$$

$P \subset Q$ 이면 $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참

해설

$P \subset Q$ 이면 $p \rightarrow q$ 가 참이고 그 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

11. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

12. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

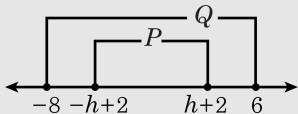
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$\therefore h$ 의 최댓값은 4

13. 다음 명제 중에서 역이 참인 명제는?

① x, y 가 유리수이면 $x + y$ 도 유리수이다.

② $x = y$ 이면 $xm = ym$ 이다.

③ 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 > 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.

④ $x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.

⑤ 6의 배수는 3의 배수이다.

해설

① $x + y$ 가 유리수 $\rightarrow x, y$ 가 유리수 (거짓)

반례) $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 1 - \sqrt{2}$ 라 하면 $x + y = 2$ (유리수)

② $xm = ym \rightarrow x = y$ (거짓)

반례) $x = 1$, $y = 2$, $m = 0$, $xm = ym = 0$

③ $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0 \rightarrow x^2 + y^2 > 0$ (참)

④ $x^2 = 4 \rightarrow x = 2$ (거짓)

$x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다.

⑤ 3의 배수 $\rightarrow$ 6의 배수 (거짓)

반례) 9는 3의 배수이지만 6의 배수는 아니다.

14. 두 조건 $p : x - 2 \neq 0$, $q : x^2 - ax + 2 \neq 0$ 에서 $q \rightarrow p$ 가 참일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$ 가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - ax + 2 = 0 \therefore a = 3$$

15. $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow \sim r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow \sim r$

② $\sim q \rightarrow \sim p$

③ $r \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow r$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이고 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 삼단논법에 의하여 $p \rightarrow \sim r$ (①) 이 참이고, 대우 $r \rightarrow \sim p$ (⑤) 도 참이다.

또, 각각의 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ (②), $\sim r \rightarrow \sim q$ (③) 가 모두 참이다.

16. 네 집합 A, B, C, D 가 $A \subset B, C \subset D$ 를 만족시킬 때, 다음 (1), (2)의 안에 들어갈 내용을 <보기>에서 찾아 차례로 나열한 것을 고르면?

- ㉠ $B \subset C$ 인 것은 $A \subset D$ 이기 위한

㉡ $B \cap D \neq \emptyset$ 인 것은 $A \cap C \neq \emptyset$ 이기 위한

보기

- I. 필요조건이나, 충분조건은 아니다.
- II. 충분조건이나, 필요조건은 아니다.
- III. 필요충분조건이다.
- IV. 아무 조건도 아니다.

- ① I, II

② I, III

③ II, I

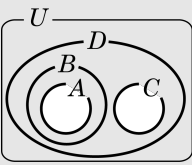
④ II, IV

⑤ III, II

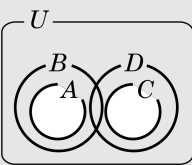
해설

㉠ $B \subset C$ 이면 $A \subset B \subset C \subset D$
 $(\because A \subset B, C \subset D) \therefore A \subset D$
 그러나 $A \subset D$ 이면 $B \subset C$ 는 성립하지 않는다. 따라서, 충분조건이지만 필요조건은 아니다.

[반례]



㉡ $B \cap D \neq \emptyset \nRightarrow A \cap C \neq \emptyset$ [반례]



17. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.



답:

조건



정답: 충분조건

해설

$p \rightarrow r, q \rightarrow r, r \rightarrow s, s \rightarrow q$ 가 참이다. $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$
이므로 $p \Rightarrow q$ 이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

18. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

해설

① $|a| = a(a \geq 0)$

$-a(a < 0)$

② 참

③ 참

④ $(|a + b + c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$(|a| + |b| + |c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b| + |b||c| + |c||a|)$

$|a||b| \geq ab, |b||c| \geq bc, |c||a| \geq ca$

$\therefore |a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2 (\because |a||b| \geq ab)$

$\therefore |a - b| \geq |a| - |b|$

19. 다음 중 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $-x^2 + 4x - 6 < 0$

㉡ $x^2 - 6x + 9 > 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 \geq 0$

㉣ $a = b < 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

㉤ $a = b \leq 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉡ $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 \geq 0$

㉤ $a = b \leq 0$ 이고, $ax - b \geq bx + a$

따라서 항상 성립하는 것은 ㉠, ㉢, ㉣ 의 3개이다.

20. 산술-기하평균을 이용하여 $x + y = 4$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라.
(단, $x > 0$, $y > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x + y = 4 \text{ 라면}$$

$$\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\sqrt{xy} \leq 2 \text{ 에서 } xy \leq 4$$

$\therefore xy$ 의 최댓값은 4이다.

21. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$

② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$

④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$

⑤ $A = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \text{인 정수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$
등 무수히 많은 원소가 있다.

22. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은?

① 30

② 35

③ 40

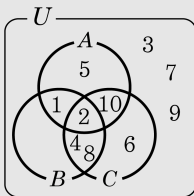
④ 45

⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어

$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 40이다.

23. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{1, 3, 5, 7\}, A \cap B = \{3, 5\}, B \cap A^c = \{2, 4, 6\}, A^c \cap B^c = \{8, 9, 10\}$ 일 때, B^c 은?

① $\{1, 7\}$

② $\{1, 8\}$

③ $\{1, 7, 9, 10\}$

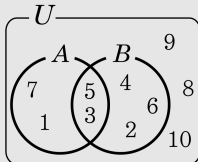
④ $\{1, 7, 8, 10\}$

⑤ $\{1, 7, 8, 9, 10\}$

해설

$B \cap A^c = \{2, 4, 6\} = B - A$ 이므로

$B^c = U - B = \{1, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.



24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A \cap B^c)^c$ 로 정의할 때, 다음 중 $(A\Delta B)\Delta B$ 와 같은 것은?

- ① $A \cup B$ ② $A \cap B$ ③ $A - B$ ④ A ⑤ B

해설

$$A\Delta B = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B$$

$$\begin{aligned}\therefore (A\Delta B)\Delta B &= (A^c \cup B)^c \cup B = (A \cap B^c) \cup B \\ &= (A \cup B) \cap (B^c \cup B) = A \cup B\end{aligned}$$

25. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12

② 17

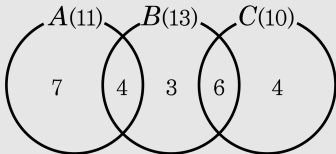
③ 24

④ 30

⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$