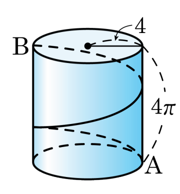
1. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

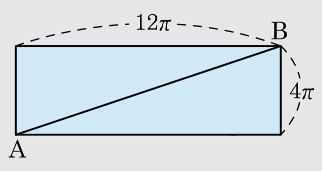


① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π

④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

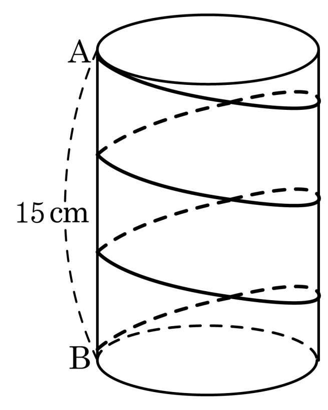
실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

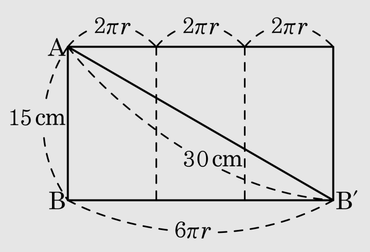
2. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\dfrac{5\sqrt{3}}{6\pi}$cm ② $\dfrac{10\sqrt{3}}{6\pi}$cm ③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$cm
④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{6\pi}$cm ⑤ $\dfrac{25\sqrt{3}}{6\pi}$cm

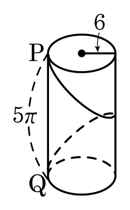
해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.
$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2$, $\overline{BB'} = 15\sqrt{3}$
$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$
$\therefore\ r = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$(cm)

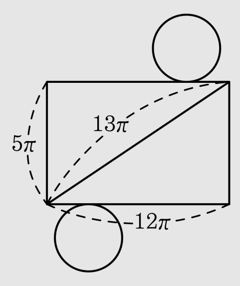
3. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하면?



① 13π ② 15π ③ 61π

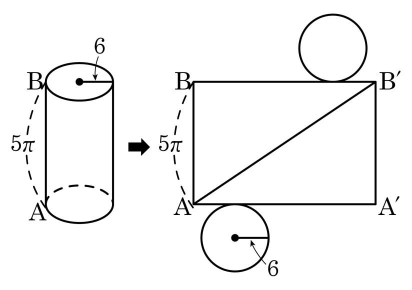
④ 125π ⑤ $\sqrt{150}\pi$

해설



원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
따라서, 최단 거리는 직사각형(옆면)의 대각선의 길이와 같다.
직사각형의 가로의 길이는 밑면(원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



① 10π, 12π ② 10π, 13π ③ 12π, 13π

④ 12π, 15π ⑤ 15π, 20π

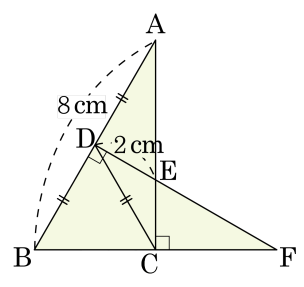
해설

i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi \times 6 = 12\pi$

ii) 최단 거리는 직각삼각형 $\mathrm{AA'B'}$ 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

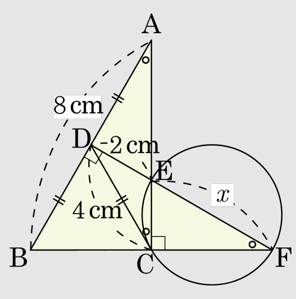
$$\begin{aligned}\sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} &= \sqrt{(144+25)\pi^2} \\ &= \sqrt{169\pi^2} = 13\pi\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90°$이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{DC}$이다. $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{DE} = 2cm$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설



$\triangle BAC \backsim \triangle BFD$ ($\because$ AA 닮음)

$\therefore \angle A = \angle F$

$\angle A = \angle DCA$

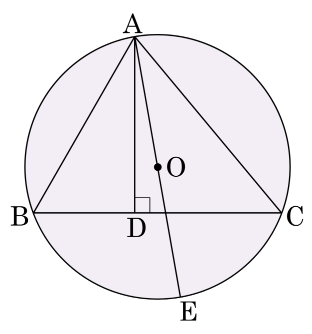
$\therefore \angle F = \angle DCA$

따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 $\overline{DC}$는 접선

$\therefore \overline{DC}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$

$4^2 = 2(2+x) \qquad \therefore x = 6$

6. 다음 그림을 보고 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{AEC}$ ② $\triangle\mathrm{ABD} \backsim \triangle\mathrm{ACD}$

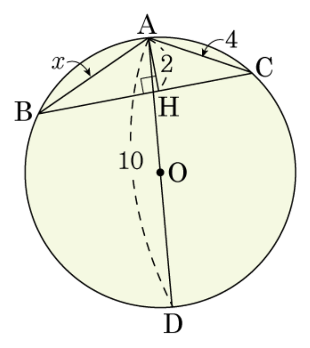
③ $\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{ACE} = 90°$ ④ $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{AE}}$

해설

$\triangle\mathrm{ABD}$ 와 $\triangle\mathrm{AEC}$ 에서
$\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{AEC}$ (원주각),
$\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{ACE} = 90°$ 이므로
$\triangle\mathrm{ABD} \backsim \triangle\mathrm{AEC}$ (AA닮음)
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}} \cdot \overline{\mathrm{AE}}$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이고, $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이다. 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, x 의 값은?

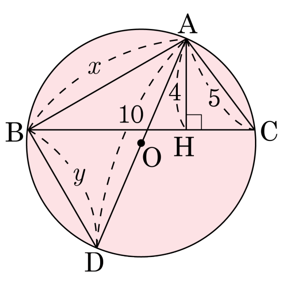


① 3　　② 4　　③ 4.5　　④ 5　　⑤ 5.5

해설

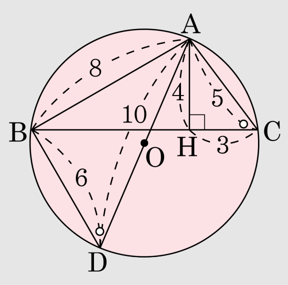
$4x = 2 \times 10 \qquad \therefore\ x = 5$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x+y$ 의 값은? (단, $x=\overline{AB}, y=\overline{BD}$)



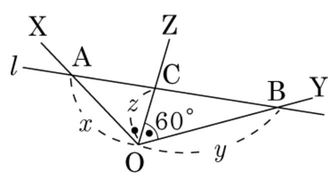
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설



$\angle B = 90°$, $\angle ADB = \angle ACB$ (5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각)
따라서, $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ 이고
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 1$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$
$\therefore\ x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$

9. 세 점 A, B, C 는 세 직선 $\overleftrightarrow{\mathrm{OX}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{OY}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{OZ}}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle\mathrm{AOC} = \angle\mathrm{BOC} = 60°$ 이고, $\overline{\mathrm{OA}} = x$, $\overline{\mathrm{OB}} = y$, $\overline{\mathrm{OC}} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.



① $z = xy$ ② $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ③ $z = x + y$

④ $z = \frac{1}{xy}$ ⑤ $\frac{1}{z} = \frac{xy}{x+y}$

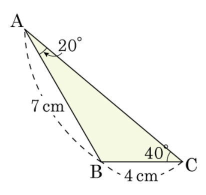
해설

$$\triangle\mathrm{AOB} = \frac{1}{2}xy\sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2}xz\sin 60° + \frac{1}{2}yz\sin 60°$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $xy = (x+y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 이다.

10. 다음 삼각형의 넓이는?



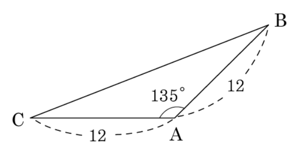
① $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$
④ $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $11\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

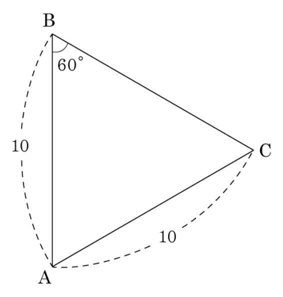
$\angle B = 180° - (20° + 40°) = 120°$
따라서 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin 120° = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 두 삼각형의 넓이로 바르게 짝지어진 것은?.

(1)



(2)



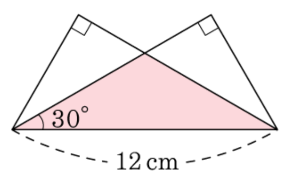
① (1)34 $\sqrt{2}$, (2)26 $\sqrt{3}$　② (1)35 $\sqrt{2}$, (2)26 $\sqrt{3}$
③ (1)36 $\sqrt{2}$, (2)25 $\sqrt{3}$　④ (1)36 $\sqrt{2}$, (2)24 $\sqrt{3}$
⑤ (1)37 $\sqrt{2}$, (2)26 $\sqrt{3}$

해설

(1) $\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180° - 135°)$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 45°$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$= 36\sqrt{2}$

(2) $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60°$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 25\sqrt{3}$

12. 다음 그림과 같이 합동인 두 직각삼각형의 빗변을 겹쳐 놓았을 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}$ (cm^2)　② $12\sqrt{3}$ (cm^2)　③ $24\sqrt{2}$ (cm^2)
④ $24\sqrt{3}$ (cm^2)　⑤ $24\sqrt{6}$ (cm^2)

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BE}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{BH}} = 6\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{EH}} = 6\tan 30^\circ = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle\mathrm{ABE} &= \frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{EH}} \\ &= \frac{1}{2}\times 12\times 2\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$