1. 두 학생이 윷놀이를 하고 있다. 윷짝을 던질 때, 도의 눈이 나오지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

도의 눈이 나올 확률 : $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(도의 눈이 나오지 않을 확률) $=$ 1 − (도의 눈이 나올 확률) $=$

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. 주머니 속에 1 에서 30 까지의 숫자가 각각 적힌 공 30 개가 들어있다. 주머니 속에서 공 한 개를 꺼낼 때, 2 의 배수 또는 4 의 배수 또는 5 의 배수인 공이 나올 경우의 수를 구하여라.

▶ 답： ______ 가지

▷ 정답： 18 가지

해설

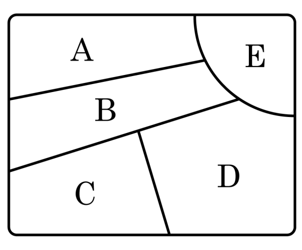
1 에서 30 까지의 수 중에서
2 의 배수가 나오는 경우의 수는 15 가지,
4 의 배수가 나오는 경우의 수는 7 가지,
5 의 배수가 나오는 경우의 수는 6 가지,
2 와 4 의 공배수인 경우의 수가 7 가지,
4 과 5 의 공배수인 경우의 수가 1 가지,
2 와 5 의 공배수인 경우의 수가 3 가지,
2, 4, 5 의 공배수인 경우의 수가 1 가지이다.
따라서 2 의 배수 또는 4 의 배수 또는 5 의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
$15 + 7 + 6 - 7 - 1 - 3 + 1 = 18$(가지) 이다.

3. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지 ② 14가지 ③ 16가지
④ 20가지 ⑤ 40가지

해설
갈 때 A → B → C : $2 \times 5 = 10$(가지)
돌아올 때 C → B → A : $4 \times 1 = 4$(가지)
따라서 $10 \times 4 = 40$(가지)이다.

4. 다음 그림과 같은 사각형 안에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 다섯 가지 색을 이웃하는 면에만 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



① 120가지 ② 240가지 ③ 360가지
④ 480가지 ⑤ 540가지

해설

서로 같은 색을 칠할 수 있는 순서쌍은 A – C, A – D, C – E가 있다.
5가지 색을 사용하는 경우 : $5\times4\times3\times2\times1=120$ (가지)
4가지 색을 사용하는 경우 : $3\times(5\times4\times3\times2)=360$ (가지)
3가지 색을 사용하는 경우 : $5\times4\times3=60$ (가지)
$\therefore\ 120+360+60=540$ (가지)

5. 현서, 서윤, 세경, 석영, 건우 다섯 명이 자동차 경주를 하려고 한다. 석영이와 건우는 사이가 좋지 않아서 바로 옆 라인에 붙어서는 출발할 수 없다. 다섯 명이 출발선에 설 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가?

① 15 가지 ② 48 가지 ③ 60 가지
④ 72 가지 ⑤ 120 가지

해설

석영이와 건우가 바로 옆에 붙어 있는 경우를 모든 경우의 수에서 제외하면 된다. 따라서 다섯 명이 출발하는 모든 경우의 수는 모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지) 이고, 석영이와 건우를 한 묶음으로 보고 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$ 이다.
따라서 석영이와 건우를 떨어뜨리는 경우의 수는 $120 - 48 = 72$ (가지) 이다.

6. 남학생 4명, 여학생 5명의 후보가 있는 가운데 남녀 각각 회장과 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수를 구하면?

① 48 ② 120 ③ 240 ④ 360 ⑤ 720

해설

남학생 중에서 회장을 뽑는 경우 4가지, 부회장을 뽑는 경우 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$(가지) 이고, 여학생 중에서 회장을 뽑는 경우 5가지, 부회장을 뽑는 경우 4가지이므로 $5 \times 4 = 20$가지가 된다. 따라서 남녀 각각 회장와 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수는 $12 \times 20 = 240$(가지) 이다.

7. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 두 직선 $y = ax$ 와 $y = -x + b$ 의 교점의 x 좌표가 2가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ____ 가지

▷ 정답: 2가지

해설

교점의 x좌표는 연립방정식의 해 $ax = -x + b$ 에서 $x = 2$ 이므로
$2a = -2 + b$, $b = 2a + 2$
a, b 의 순서쌍 $(1,\ 4)$, $(2,\ 6)$
$\therefore$ 2가지

8. 정사면체의 네 면에 각각 7 , 7 ,-7 , 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{5}{16}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{7}{16}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(0,\ 0)$, $(7,\ -7)$, $(-7,\ 7)$ 일 확률의 합이므로 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{5}{16}$ 이다.

9. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

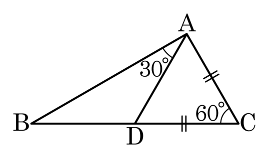
㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{1}{9}$이다.
㉡ 비기는 경우는 한 가지만 있다.
㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{9}$이다.
㉣ 승부가 날 확률은 $\frac{8}{9}$이다.
㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{2}{9}$이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$
㉡ 비기는 경우는 두 가지가 있다. (서로 같은 것을 내는 경우, 서로 다른 것을 내는 경우)
㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{3}$ (서로 같은 것을 내는 경우 $\frac{1}{9}$, 서로 다른 것을 내는 경우 $\frac{2}{9}$)
㉣ 승부가 날 확률은 1 − (비기는 경우) $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은
$\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

10. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



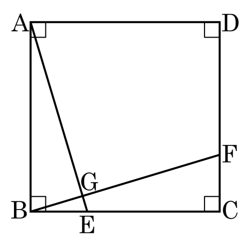
㉠ $\angle ADC = 50°$
㉡ $\angle A = 90°$
㉢ $\angle ABD = 40°$
㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤　　⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

11. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE + \angle BEG$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$

④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle GBE = \angle FBC = \angle EAB$, $\angle GEB = \angle AEB = \angle BFC$, $\angle EAB + \angle BFC = 90°$

$\therefore 90°$

12. 다음은 어느 분식점의 메뉴판이다. 전화주문으로 다른 음식을 두 개 주문하는 방법의 수는? (주문 순서는 상관 있다.)

MENU

김밥
떡볶이
우동
쫄면
라면

① 5가지 ② 10가지 ③ 9가지

④ 18가지 ⑤ 20가지

해설

$5 \times 4 = 20$(가지)

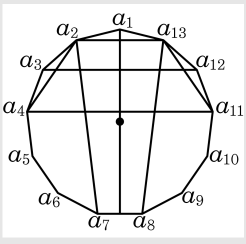
13. 정십삼각형의 꼭짓점을 이어서 만들 수 있는 사다리꼴은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 195 가지

해설

다음 그림과 같이 정 13 각형의 외접원을 그리고 정십삼각형의 꼭짓점을 차례로 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{13}$ 이라 하자.



a_1 을 지나는 외접원의 지름에 대하여 대칭인 사다리꼴의 수는 a_2, a_3, $\cdots$, a_7 중에서 2 개의 꼭짓점을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{6 \times 5}{2} = 15$ (가지)

이때, 각각의 꼭짓점에 대하여 같은 방법으로 생각하면
구하는 사다리꼴의 수는 $15 \times 13 = 195$ (가지) 이다.

14. $1, 2, 3, 4$ 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 17 번째 나오는 수는?

① 321 ② 324 ③ 341 ④ 342 ⑤ 412

해설

백의 자리에 1 이 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
백의 자리에 2 가 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
백의 자리에 3 이 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
따라서 작은 것부터 크기순으로 17 번째 나오는 수는 백의 자리가 3 인 수 중 두 번째로 큰 수가 되므로 341 이다.
$\therefore$ 341

15. 정육면체 모양의 주사위의 각 면에 숫자 1, 2, 3 을 두 번씩 써 넣을 때, 마주보는 세 쌍의 면 중에서 적어도 한 쌍의 면에 적힌 숫자가 같게 만드는 방법의 가짓수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 4 가지

해설

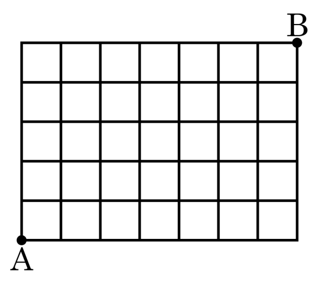
주사위의 마주 보는 면이 같게 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 1), (2, 2), (3, 3) 이다.

(1) 마주 보는 면이 같게 되는 경우가 한 쌍일 때, 한 쌍이 (1, 1) 이면 1 이 적힌 면을 위, 아래로 고정하고 나머지 4 개의 옆면에 수를 써넣는 경우의 수는 2 가지이다.
그런데, 이 중 (2, 2), (3, 3) 의 마주 보는 1 가지 경우를 제외해야 하므로
$2 - 1 = 1$ (가지) 이다.
마찬가지로 한 쌍이 (2, 2), (3, 3) 인 경우에도 각각 1 가지씩 존재하므로 경우의 수는 3 가지이다.

(2) 마주 보는 면이 같게 되는 경우가 두 쌍일 때, 나머지 한 쌍도 마주 보는 면이 같게 되므로 한 쌍을 고정시키고 나머지 4 개의 면에 두 쌍을 배정하는 경우는 1 가지

따라서 (1), (2)에서 구하는 방법의 수는 $3 + 1 = 4$ (가지) 이다.

16. 다음 그림과 같이 정사각형 35 개를 붙여 만든 큰 직사각형이 있다. 정사각형의 모서리만 따라서 이동할 수 있을 때, 꼭짓점 A 에서 B 까지 가는 최단 경로의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 792 가지

해설

A 에서 B 까지 →, ↑의 방향으로 각각 7 번, 5 번의 선택이 필요하다.
이는 12 개 중 같은 것이 7 개, 5 개씩 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로
구하는 경우의 수는 $\frac{12!}{7!5!} = 792$ (가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

17. 1 ~ 5 까지의 숫자가 적힌 5 개의 공이 A, B, C, D, E 의 5 개 칸에 일렬로 놓여있다. 이 공을 다음과 같은 규칙으로 다시 배열하려고 한다.

㉠ A, B 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 A 가 크면 A 와 B 를 바꾸고, B 가 크면 그대로 둔다. ㉡ B, C 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 B 가 크면 B 와 C 를 바꾸고, C 가 크면 그대로 둔다. ㉢ C, D 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 C 가 크면 C 와 D 를 바꾸고, D 가 크면 그대로 둔다. ㉣ D, E 에 놓인 공의 숫자를 비교하여 D 가 크면 D 와 E 를 바꾸고, E 가 크면 그대로 둔다.

이때, 처음에 C 위치에 있던 공이 다시 배열한 후에는 E 위치에 오게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

5 개의 공을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 120 가지
처음에 임의로 놓여있던 공들이 ㉠ ~ ㉣의 과정을 거치면 언제나 가장 큰 공이 맨 뒤에 오게 된다.
따라서 C 가 E 의 위치에 오므로 C 의 앞에 A, B, D, E 를 배열시키는 확률을 구하면 된다.
A, B, D, E 를 배열시키는 경우의 수는 24가지이므로 구하는 확률은 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 이다.

18. 1 에서 8 까지의 숫자가 한번씩 적힌 8 장의 카드가 있다. 처음 뽑은 숫자를 x , 두 번째 뽑은 숫자를 y 라 할 때, $2x+y=12$ 가 될 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $|9b-a|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

전체 경우의 수 : $8\times7=56$(가지)

$2x+y=12$ 가 될 경우 : (2, 8), (3, 6), (5, 2) 의 3 가지

$\therefore \frac{3}{56}$

$\therefore a=56,\ b=3$

$\therefore |9b-a|=29$

19. a, b, c가 적힌 카드가 있다. 이 중에서 2장의 카드를 뽑을 때, 반드시 a가 적힌 카드를 뽑을 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

3개의 카드 중 순서에 관계없이 2개를 택하는 경우의 수는 $\frac{3\times 2}{2\times 1}=3$(가지) 이다.

그리고 a가 적힌 카드는 반드시 뽑아야하므로 b, c 중 1개의 카드를 뽑는 경우의 수는 2(가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다.

20. 1, 2, 3, 4 중 세 개의 숫자로 이루어진 세 자리 수를 맞히는 게임을 하고 있다. 세 자리 수의 각 숫자 중 십의 자리 수는 백의 자리 수보다 크거나 같고 일의 자리 수보다 작거나 같다는 정보가 주어질 때, 세 번의 시도 내에 그 수를 맞힐 수 있는 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{20}$

해설

세 자리 수를 abc 라 하면 $a \le b \le c$ 이다.
이러한 세 자리 수를 만드는 방법의 수는

(1) $a < b < c$ 일 때

1, 2, 3, 4 중 3 개를 선택하면 되므로 $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

(2) $a = b < c$ 일 때

1, 2, 3, 4 중 2 개를 선택하면 되므로 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

(3) $a < b = c$ 일 때

1, 2, 3, 4 중 2 개를 선택하면 되므로 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

(4) $a = b = c$ 일 때

1, 2, 3, 4 각 1 가지씩 4 가지

(1), (2), (3), (4)에 의하여 만들 수 있는 방법의 수는 $4+6+6+4 = 20$ (가지) 이다.

이때 세 번의 시도를 할 수 있으므로 각 시도에 맞출 확률은 다음과 같다.

(1) 첫 번째 시도에 맞힐 확률$= \frac{1}{20}$

(2) 두 번째 시도에 맞힐 확률$= \frac{19}{20} \times \frac{1}{19} = \frac{1}{20}$

(3) 세 번째 시도에 맞힐 확률$= \frac{19}{20} \times \frac{18}{19} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{20}$

따라서 (1), (2), (3)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$ 이다.

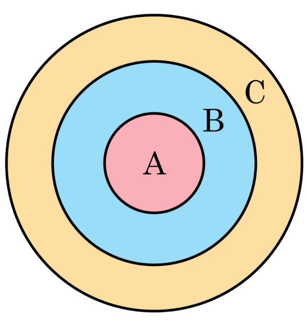
21. 5 개의 제비 중에서 3 개의 당첨 제비가 상자 속에 있다. 이 중에서 세 사람이 연속하여 1 개씩 제비를 뽑을 때, A, B, C 세 사람이 모두 당첨될 확률은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{9}{125}$ ⑤ $\frac{27}{135}$

해설

A 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$ 이고, B 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, C 가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

22. 다음 그림과 같이 중심이 같은 세 개의 원으로 된 과녁이 있다. 과녁의 A, B, C 부분을 맞췄을 때 얻는 점수는 각각 5 점, 3 점, 2 점이다. 가장 가운데 원의 반지름이 1 이고 두번째 원의 반지름은 2, 나머지 원의 반지름은 3 이다. 어떤 사람이 3 발을 과녁에 맞췄을 때 얻은 점수의 합이 12 점 이상이 될 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{729}$

해설

과녁의 A, B, C 부분의 넓이의 비는 $\pi : 3\pi : 5\pi = 1 : 3 : 5$ 이므로 화살이 A, B, C 에 꽂힐 확률은 각각 $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{5}{9}$ 이다.

(1) (5, 5, 5) 점를 얻는 경우의 확률 :

$\frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{729}$

(2) (5, 5, 3) 점을 얻는 경우의 확률 :

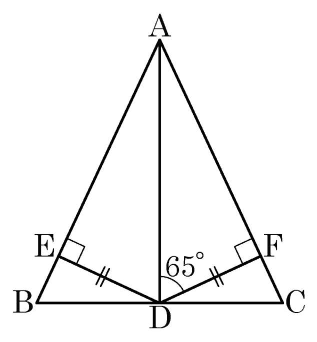
순서를 바꿀 수 있는 경우의 수는 3 가지이므로 확률은 $3 \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$

(3) (5, 5, 2) 점을 얻는 경우의 확률 :

순서를 바꿀 수 있는 경우의 수는 3 가지이므로 확률은 $3 \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{243}$

따라서 (1), (2), (3) 에서 구하는 확률은 $\frac{1}{729} + \frac{1}{81} + \frac{5}{243} = \frac{25}{729}$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



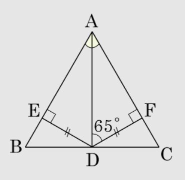
① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

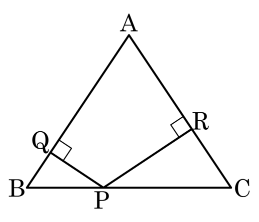
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$

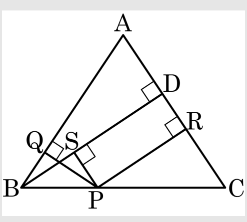


24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



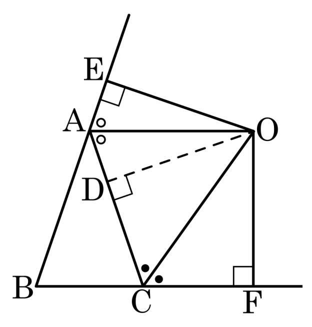
① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S 라 하면
$\angle BQP = \angle BSP \cdots$ ㉠
$\overline{BP}$ 는 공통이다. $\cdots$ ㉡
$\angle BPS = \angle C$
$\therefore \angle QBP = \angle SPB \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여
$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{QP} = \overline{SB} \cdots$ ㉣
또, □SPRD 는 직사각형이므로
$\overline{PR} = \overline{SD} \cdots$ ㉤
㉣, ㉤ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
$\therefore \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

25. 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, O 에서 $\overline{BA}, \overline{BC}$ 의 연장선 위 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle DOC = \angle FOC$　　② $\angle AOD = \angle COD$

③ $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$　　④ $\triangle EOA \equiv \triangle DOA$

⑤ $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$

해설

$\triangle EOA \equiv \triangle DOA$(RHA 합동), $\triangle DOC \equiv \triangle FOC$(RHA 합동) 이므로 ①,③,④,⑤는 맞다.