

1. 다음 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = 10$

② $x = -1$ 또는 $x = -10$

③ $x = 2$ 또는 $x = 5$

④ $x = -2$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -5$

해설

$$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

3. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

① $\frac{196}{3}$

② $\frac{197}{3}$

③ 66

④ $\frac{199}{3}$

⑤ $\frac{200}{3}$

해설

$$x \text{ 대신에 } a \text{ 를 대입하면 } 3a^2 - 6a - 7 = 0, a^2 - 2a = \frac{7}{3}$$

$$x \text{ 대신에 } b \text{ 를 대입하면 } b^2 + 7b - 21 = 0, 3b^2 + 21b = 63$$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ -2

⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b &= (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b) \\ &= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록 p 의 값을 구하면? (단 $a \neq 0$)

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면 $a^2 + pa + 1 = 0$
양변을 a 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 하면 $2a = -2$, $a = -1$

$a = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $-1 + (-1) = -p$

$\therefore p = 2$

6. $f(x) = 2x(x - 1) - 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 모두 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x(x - 1) - 4 = 0$$

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

7. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

8. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

9. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$

㉡ $x = 6, y = 4$

㉢ $x = -6, y = -4$

㉣ $x = -6, y = 4$

㉤ $x = 4, y = 6$

㉥ $x = -4, y = 6$

① 한 개도 없다.

② 2 개

③ 3 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로

$x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면

$x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡

$y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢

따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

10. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

11. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

12. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

13. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

14. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.