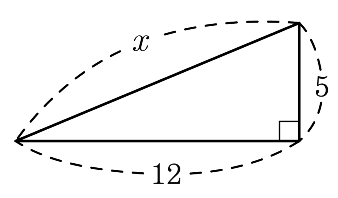
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

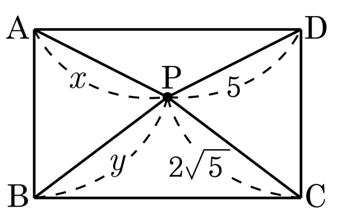
피타고라스 정리에 따라

$5^2 + 12^2 = x^2$

$x^2 = 169$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.



① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

3. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

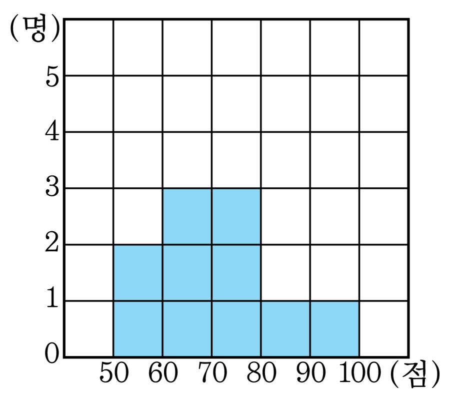
a, b, c의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$

4. 다음 히스토그램은 학생 10명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

해설

평균: $\frac{55\times2+65\times3+75\times3+85\times1}{10}+\frac{95\times1}{10}=71$

편차: $-16,\ -6,\ 4,\ 14,\ 24$

분산: $\frac{(-16)^2\times2+(-6)^2\times3+4^2\times3}{10}+\frac{14^2\times1+24^2\times1}{10}=\frac{1440}{10}=144$

5. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3+1+1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$

$= \dfrac{560}{8} = 70(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$

$= \dfrac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$

이다.

6. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형이 될 수 있는 것을 2 개 고르면?

① $4\sqrt{3}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{5}$
② $3\sqrt{7}, 2\sqrt{5}, \sqrt{83}$
③ $4\sqrt{2}, 5\sqrt{3}, 2\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{6}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{7}$
⑤ $3\sqrt{2}, \sqrt{38}, 2\sqrt{14}$

해설

② $(3\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{5})^2 = (\sqrt{83})^2$
⑤ $(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2 = (2\sqrt{14})^2$

7. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

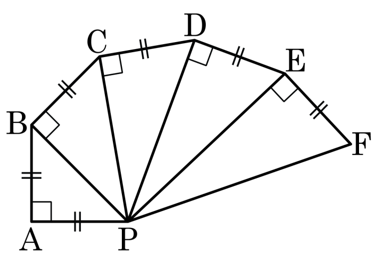
해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

8. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

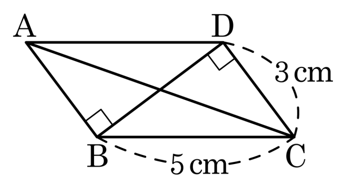


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?

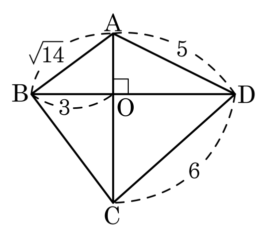


① $(2\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$
② $(4\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$
③ $(2\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$
④ $(4\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$
⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$
$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 2\,\text{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\,\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서$\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5
② 4
③ $2\sqrt{5}$
④ $1+\sqrt{14}$
⑤ $3\sqrt{13}$

해설

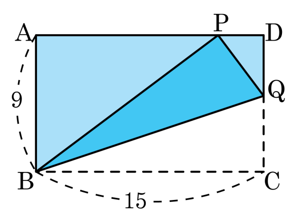
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC^2}$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle$OBC 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

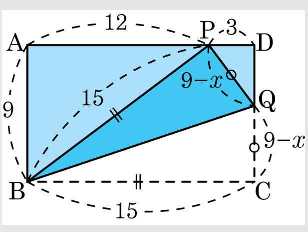
$\therefore \overline{OC} = 4$

11. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 $\overline{AD}$ 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, △DPQ 의 넓이는?



① 6　② $6\sqrt{2}$　③ 12　④ $12\sqrt{2}$　⑤ 24

해설



$\overline{DQ}=x$ 라 하면 $\overline{CQ}=9-x$

$\overline{BP}=\overline{BC}=15$ 이므로 $\overline{AP}=\sqrt{15^2-9^2}=12$, $\overline{PD}=3$

△DPQ 에서 $(9-x)^2=x^2+3^2$

$18x=72$ $\therefore$ $x=4$

$\therefore$ $\triangle DPQ=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$

12. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5kg ② 65.5kg ③ 67kg
④ 69kg ⑤ 69.5kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\mathrm{kg})$
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\mathrm{kg})$
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\mathrm{kg})$
$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \frac{139}{2} = 69.5(\mathrm{kg})$

13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 4$

$\therefore\ x+y+z = 12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3} = 2$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2 = 6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16 = 6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48 = 6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18$ 이다.

14. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$ ⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore\ abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

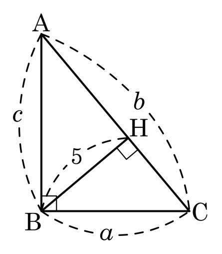
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \text{(직육면체의 겉넓이)} &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\ &= 2(1+12\sqrt{5}) \\ &= 2+24\sqrt{5} \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,cm$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,cm^2$　② $\frac{25}{2}\,cm^2$　③ $\frac{25}{3}\,cm^2$
④ $5\,cm^2$　⑤ $10\,cm^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \frac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\,cm^2)$