1. $\sin \mathrm{A} = 0.5$ 일 때, $\cos \mathrm{A}$, $\tan \mathrm{A}$ 의 값을 각각 구하여라. (단, $0° < \mathrm{A} < 90°$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\cos A = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

▷ 정답 : $\tan \mathrm{A} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

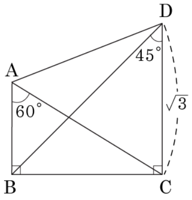
해설

$\sin \mathrm{A} = 0.5 = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $\angle \mathrm{A} = 30°$ 이다.

따라서 $\cos \mathrm{A} = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\tan \mathrm{A} = \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$

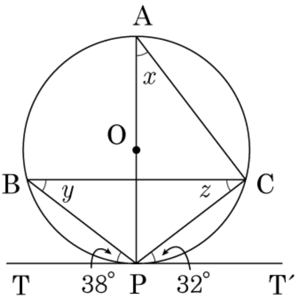
해설

$\triangle$BCD 가 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\tan 60° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\overline{AB}} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AB} = 1$ 이다.

따라서 사다리꼴의 넓이를 구하면 $\dfrac{1}{2} \times (1+\sqrt{3}) \times \sqrt{3} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ 이다.

3. 다음 그림에 대한 설명 중 옳은 것은?



① $\angle x = 32°$

② $\angle y = 38°$

③ $\angle y = \angle z$

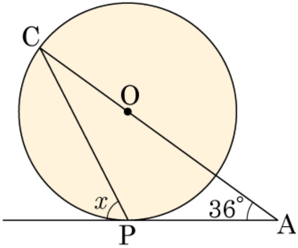
④ $\angle z = 32°$

⑤ x, y, z 의 크기는 모두 다르다.

해설

$\angle x = \angle y = 32°$ $\quad\therefore\ \angle z = 38°$

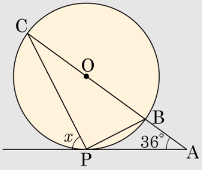
4. 다음 그림에서 x 의 크기는? (단, $\angle A = 36°$이고 점 P 는 접점이다.)



① 36°　② 63°　③ 48°

④ 56°　⑤ 65°

해설



점 P와 점 B를 이으면

$\angle CPB = 90°$

$\angle CBP = x$

$\angle PBA = 180° - x$

$\angle BPA = 90° - x$

$\triangle ABP$의 내각의 합을 이용하면

$36° + 180° - x + 90° - x = 180°$

$\therefore\ x = 63°$

5. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은?

① 3, 3, 3, 3, 3, 3

② 1, 3, 1, 3, 1, 3

③ 4, 8, 4, 8, 4, 8

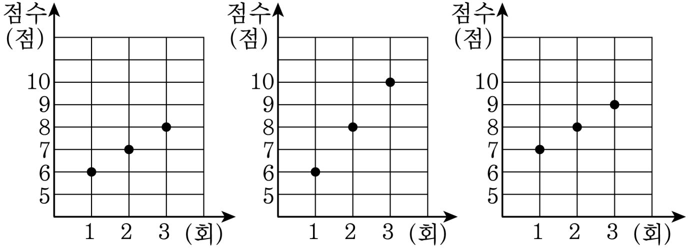
④ 5, 6, 5, 6, 5, 6

⑤ 3, 6, 3, 6, 3, 6

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ③이다.

6. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



〈A의 점수분포〉 〈B의 점수분포〉 〈C의 점수분포〉

A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$ ② $a = c < b$ ③ $a < b = c$

④ $a = b > c$ ⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$ 이다.

7. 5개의 변량 $3, 5, x, 6, 8$ 의 평균이 6 일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6 이므로

$$\frac{3+5+x+6+8}{5}=6$$

$$22+x=30$$

$$\therefore x=8$$

변량의 편차는 $-3, -1, 2, 0, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+2^2+2^2}{5}=\frac{9+1+4+4}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

8. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6　　② 6.2　　③ 6.4　　④ 6.6　　⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$-2+3+x+1-4=0,\quad x-2=0\quad \therefore x=2$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+3^2+2^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8\text{ 점}$$

9. 다섯 개의 변량 4, 3, a, b, 8의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때, a^2+b^2의 값은?

① 100 ② 105 ③ 111 ④ 120 ⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 4, 3, a, b, 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{4+3+a+b+8}{5}=6,\ a+b+15=30$$

$\therefore\ a+b=15\cdots$ ㉠

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2+(3-6)^2+(a-6)^2+(b-6)^2+(8+6)^2}{5}=4$$

$$\frac{4+9+a^2-12a+36+b^2-12b+36+4}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-12(a+b)+89}{5}=4$$

$a^2+b^2-12(a+b)+89=20$

$\therefore a^2+b^2-12(a+b)=-69\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=12(a+b)-69=12\times 15-69=111$

10. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로

$-3-4+3+a+b+2=0$

$\therefore\ a+b=2 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-3)^2+(-4)^2+3^2+a^2+b^2+2^2}{6}=8$$

$a^2+b^2+38=48$

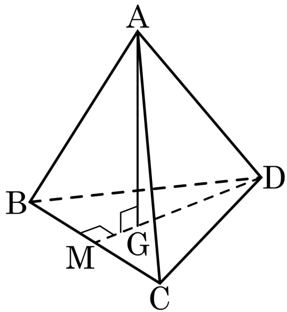
$a^2+b^2=10 \quad \cdots\cdots ㉡$

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2^2=10+2ab,\quad 2ab=-6 \quad \therefore\ ab=-3$

따라서 $-\frac{ab}{3}=-\frac{-3}{3}=1$ 이다.

11. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{GM}} = \sqrt{3}$cm 일 때, 정사면체의 부피를 구하면?



① $12\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ② $15\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ③ $18\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$
④ $21\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$ ⑤ $24\sqrt{2}\mathrm{cm}^3$

해설

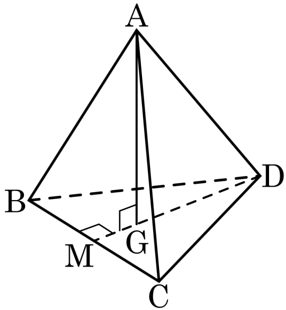
$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{GM}} \times 3 = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
(정사면체의 한 모서리의 길이)$= x$ 라 하면

$$\overline{\mathrm{MD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times x$$

$$x = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6(\mathrm{cm})$$

$$(\text{정사면체의 부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^3)$$

12. 다음 그림의 정사면체에서 점 G 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{GM}} = 2\sqrt{5}\mathrm{cm}$ 일 때, 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $80\sqrt{30}$ $\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

$\triangle$BCD 에서 $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{GM}} \times 3 = 6\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

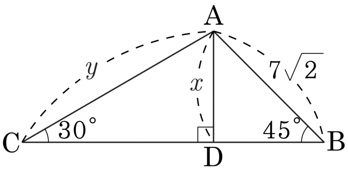
(정사면체의 한모서리의 길이) $= x$ 라 하면

$$\overline{\mathrm{MD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times x$$

$$x = 6\sqrt{5} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{15}(\mathrm{cm})$$

(정사면체의 부피) $= \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (4\sqrt{15})^3 = 80\sqrt{30}(\mathrm{cm}^3)$

13. 다음 그림을 참고하여 $2x-y$의 값을 구하면?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

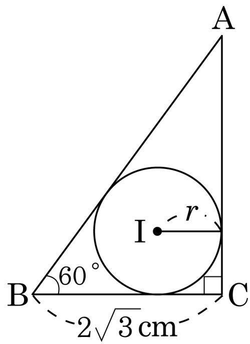
해설

$$\sin 45° = \frac{x}{7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ x = 7$$

$$\sin 30° = \frac{x}{y} = \frac{7}{y} = \frac{1}{2},\ \ y = 14$$

$$\therefore\ \ 2x - y = 14 - 14 = 0$$

14. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 60°$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$cm 일 때, 내접원 I 의 반지름 r 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $(3 - \sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{AC} = 2\sqrt{3}\tan 60° = 6(\text{cm})$

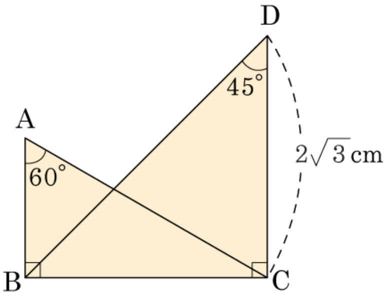
$\overline{AB}\cos 60° = 2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$$(\triangle\text{ABC의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = \frac{1}{2} \times \mathrm{r} \times \left(4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 6\right)$$

$$\therefore r = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 3 - \sqrt{3}(\text{cm})$$

15. 다음 그림과 같이 두 개의 서로 다른 직각삼각형이 겹쳐져 있다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{3}$ cm
② 2 cm
③ $2\sqrt{3}$ cm
④ 3 cm
⑤ $3\sqrt{3}$ cm

해설

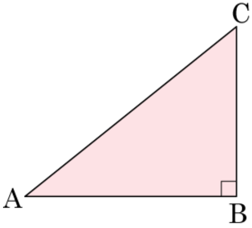
$\triangle BCD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BC} = \overline{CD} = 2\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\angle ACB = 30°$

$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{3}\tan 30° = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$ (cm)

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} : \overline{BC} = 8 : 5$ 일 때, $\dfrac{\sin A \times \cos A}{\tan A}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{39}{64}$

해설

$\overline{AC} : \overline{BC} = 8 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = 8x$, $\overline{BC} = 5x$ ($\because x > 0$ 인 상수)라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB} = \sqrt{(8x)^2 - (5x)^2} = \sqrt{39}x$ 이다.

$\Rightarrow \sin A = \dfrac{5x}{8x} = \dfrac{5}{8}$, $\cos A = \dfrac{\sqrt{39}x}{8x} = \dfrac{\sqrt{39}}{8}$, $\tan A = \dfrac{5x}{\sqrt{39}x} = \dfrac{5}{\sqrt{39}}$

따라서 $\dfrac{\sin A \times \cos A}{\tan A} = \dfrac{\frac{5}{8} \times \frac{\sqrt{39}}{8}}{\frac{5}{\sqrt{39}}} = \dfrac{\frac{5\sqrt{39}}{64}}{\frac{5}{\sqrt{39}}} = \dfrac{39}{64}$ 이다.

17. 좌표평면 위의 두 점 P $(2,\ 2)$, Q $(4a,\ a)$ 사이의 거리가 3일 때, a의 값을 구하여라. (단, 점 Q는 제 1사분면 위의 점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{10+3\sqrt{13}}{17}$

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4a-2)^2+(a-2)^2} = 3$$
$$(4a-2)^2+(a-2)^2 = 9$$
$$16a^2-16a+4+a^2-4a+4 = 9$$
$$17a^2-20a-1 = 0$$
$$\therefore a = \frac{10 \pm \sqrt{100-17\times(-1)}}{17} = \frac{10 \pm \sqrt{117}}{17}$$

따라서 $a = \dfrac{10+3\sqrt{13}}{17}$ $(\because\ a>0)$ 이다.

18. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(9,\ 0)$, $\mathrm{Q}(-1,\ b)$ 사이의 거리가 $10\sqrt{2}$ 일 때, b의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $+10$

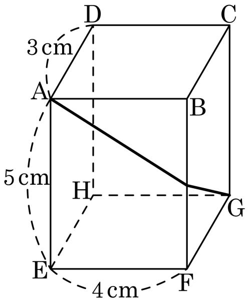
▷ 정답 : -10

해설

$$\overline{\mathrm{PQ}}^2 = (-1-9)^2 + (b-0)^2$$
$$= 100 + b^2 = 200$$

$\therefore\ b^2 = 100,\ b = \pm 10$

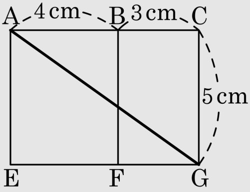
19. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 A 를 출발하여 모서리 BF 위의 점 P 를 지나 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

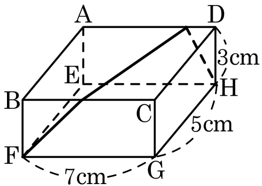
▷ **정답 :** $\sqrt{74}$ cm

해설



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 F 에서 모서리 BC 와 AD를 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

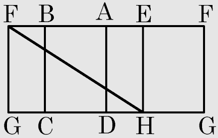


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{170}$

해설

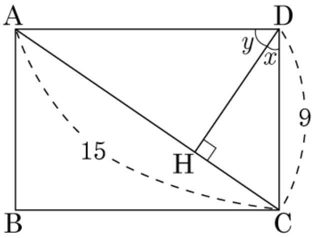
직육면체의 전개도를 그려보면 다음과 같은데 선분 FG 의 길이는 7 cm 이고, G 에서 H 까지의 길이는 11 cm 이므로 직각삼각형의 피타고라스 정리를 이용하면



$7^2 + 11^2 = \overline{FH}^2$

$\therefore\ \overline{FH} = \sqrt{170}$

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\cos x$의 값을 구하여라.



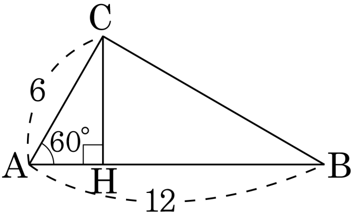
▶ 답 :

▷ 정답 : $\cos x = \frac{4}{5}$

해설

$x + y = 90°$, $\angle DAC + y = 90°$이므로 $\angle DAC = x$이다.
이 때, $\overline{AD} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$이므로
$\cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AC}=6$, $\overline{AB}=12$, $\angle A=60^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

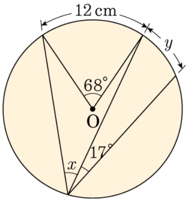
해설

$\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{CH}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{CH} = 3\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{6} = \dfrac{1}{2}$, $\overline{AH} = 3$

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{BH}^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{27+81} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

23. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 30　　② 34　　③ 36　　④ 40　　⑤ 44

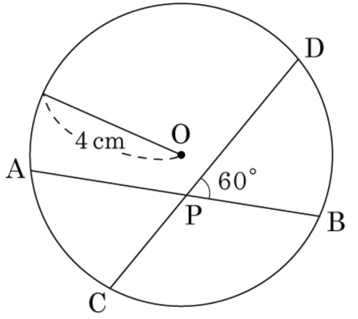
해설

$$x = 68 \times \frac{1}{2} = 34 \quad \therefore x = 34^\circ$$

$$x : 17 = 34 : 17 = 12 : y \quad \therefore y = 6$$

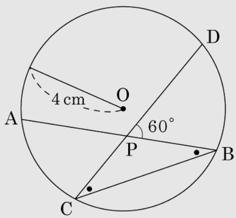
$$\therefore \angle x + \angle y = 34 + 6 = 40^\circ$$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 값은?



① $\frac{5}{3}\pi$cm　② 2πcm　③ $\frac{7}{3}\pi$cm
④ $\frac{8}{3}\pi$cm　⑤ 3πcm

해설



점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60°$,
즉, 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 $60°$ 이므로 중심각의 합은 $120°$ 이다.
원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$

$$\therefore \text{5.0pt}\overset{\frown}{AC} + \text{5.0pt}\overset{\frown}{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$$

25. $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=9$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB, BC 의 중점을 각각 D, E 이라 할 때, 선분 AE와 선분 CD가 수직이 된다. 이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $21+3\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC}=x$ 라 하면 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE}=\frac{1}{2}x$

□DECA 에서 $\overline{AE}\perp\overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD^2}+\overline{EC^2}=\overline{DE^2}+\overline{AC^2}$

$$6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+x^2$$

$\therefore\ x=3\sqrt{5}$

따라서 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 $12+9+3\sqrt{5}=21+3\sqrt{5}$ 이다.