

1. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

2. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$

② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$

③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$

④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $a = b$, $a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.

ii) $a > b$, $b > c$ 이면 $a > c$

iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$

iv) $a > b$, $c > 0$ 이면 $ac > bc$

v) $a > b$, $c < 0$ 이면 $ac < bc$

따라서 참인 것은 ④이다.

3. 명제 ' p 이면 q 가 아니다.' 의 역인 명제의 대우를 구하면?

① q 가 아니면 p 이다.

② q 이면 p 가 아니다.

③ p 가 아니면 q 가 아니다.

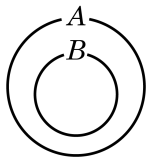
④ p 가 아니면 q 이다.

⑤ q 이면 p 이다.

해설

$p \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow q \Rightarrow p$ 가 아니면 q 이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



① $\{\emptyset\}$

② $\{5, 10\}$

③ $\{5, 15, 20\}$

④ $\{32\}$

⑤ $\{5, 50, \dots\}$

해설

$B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

5. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{8\}$

③ $\{1, 8\}$

④ $\{4, 7\}$

⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

6. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $A^c - B$ 의 모든 원소의 합은?

① 6

② 8

③ 14

④ 20

⑤ 22

해설

$A^c - B = A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로

$U - (A \cup B)$ 와 같은 결과를 찾으면 된다.

즉, $U - (A \cup B) = (A \cup B)^c = \{6\}$

7. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

8. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요

② 충분

③ 필요충분

④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A) = n(B) = 4$

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

⑤ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

해설

①: $n(\emptyset) = 0$

②: $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 1$

④: $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B \subset (B \cap A)$

② $B \subset A$

③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

$B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

$$(1) (A \cap B) \cup X = X$$

$$(2) (A \cup B) \cap X = X$$

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

(1) 과 (2) 에서 $(A \cap B) \subset X$, $X \subset (A \cup B)$ 이므로

$$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore \{4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

따라서 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 부분집합이다.

$$\therefore (\text{집합 } X \text{ 의 개수}) = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

13. 다음은 현수네 반 학생 40 명을 대상으로 조사한 내용이다. 보기의 내용 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답2개)

자장면을 좋아하는 학생 : 22 명

짬뽕을 좋아하는 학생 : 12 명

두 가지 다 좋아하지 않는 학생 : 8 명

- ① 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 $40 - 8 = 32$ 명이다.
- ② 두 가지를 다 좋아하는 학생은 $22 + 12 - 32 = 2$ 명이다.
- ③ 자장면과 짬뽕을 좋아하는 학생들의 집합을 각각 A, B 라 하면 둘 다 좋아하는 학생들의 집합은 $A \cup B$ 라고 표현 할 수 있다.
- ④ 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 전체 학생 수보다 많다.
- ⑤ 자장면을 A , 짬뽕을 B 라 하면 둘 다 좋아하지 않는 학생은 $(A \cup B)^c$ 라고 표현 할 수 있다.

해설

- ③ 자장면과 짬뽕 둘 다 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.
- ④ $n(A \cup B) \leq n(U)$ 이다.

14. 반지름이 $r(\text{cm})$ 인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r(\text{cm}^2)$

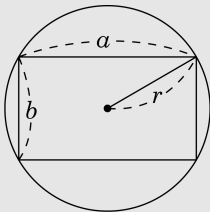
② $r^2(\text{cm}^2)$

③ $2r^2(\text{cm}^2)$

④ $\sqrt{2}r^2(\text{cm}^2)$

⑤ $\frac{r^2}{2}(\text{cm}^2)$

해설



$$a^2 + b^2 = (2r)^2$$

산술기하평균의 관계에 의해

$$a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{(ab)^2}$$

$$4r^2 \geq 2(ab)$$

$$ab \leq 2r^2,$$

$$(\text{직사각형 넓이의 최댓값}) = 2r^2$$

15. $x + y + z = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 x 가 취할 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + y + z = 4 \text{에서 } y + z = 4 - x \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6 \text{에서 } y^2 + z^2 = 6 - x^2 \cdots \textcircled{㉡}$$

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 1^2)(y^2 + z^2) \geq (y + z)^2$$

(단, 등호는 $y = z$ 일 때 성립)

①, ②을 대입하면

$$2(6 - x^2) \geq (4 - x)^2, 3x^2 - 8x + 4 \leq 0$$

$$(3x - 2)(x - 2) \leq 0 \quad \therefore \frac{2}{3} \leq x \leq 2$$

$$\text{따라서 } M = 2, m = \frac{2}{3} \text{이므로 } \frac{M}{m} = 3$$