1. 철수는 철사로 빗변의 길이가 20cm , 한 변의 길이가 10cm 인 직각삼각형을 만들었다. 나머지 한 변의 길이는?

① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{2}$cm ③ $10\sqrt{3}$cm

④ $11\sqrt{3}$cm ⑤ $11\sqrt{2}$cm

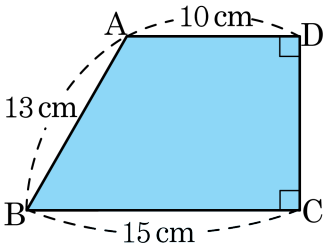
해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면

$x^2 = 20^2 - 10^2 = 300$

$x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

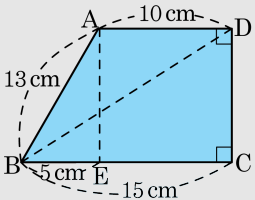
2. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

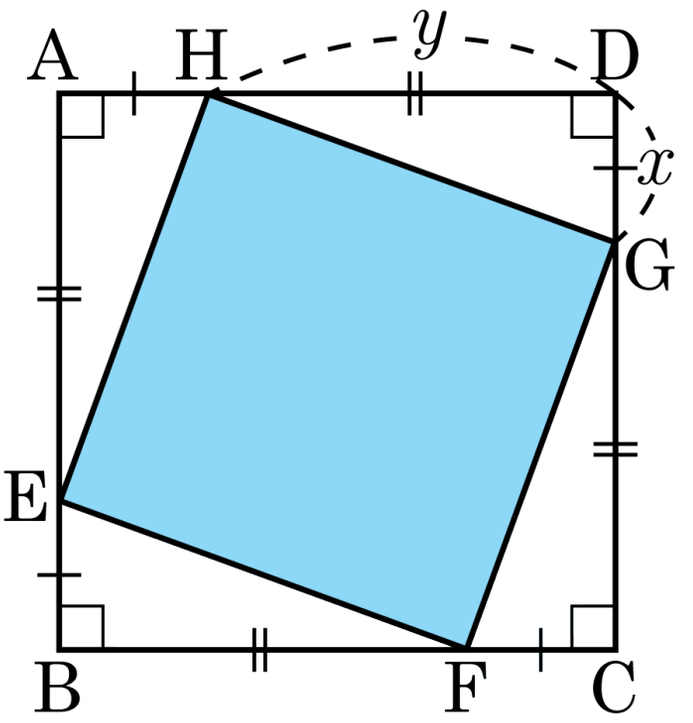
▷ 정답 : $3\sqrt{41}$ cm

해설



A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자.
삼각형 ABE 에서
$\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$
삼각형 BCD 에서
$\overline{BD} = \sqrt{15^2 + 12^2} = \sqrt{369} = 3\sqrt{41}(\text{cm})$

3. 다음 정사각형 ABCD 에서 4 개의 직각삼각형은 합동이고 $x^2+y^2=15$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?

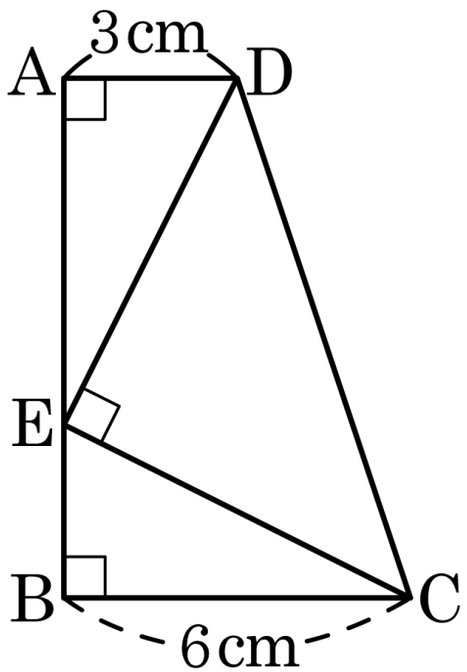


① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

□EFGH 는 정사각형, (한 변의 길이) = $\sqrt{15}$, 넓이는 $\sqrt{15}\times\sqrt{15}=15$

4. 다음 그림에서 $\triangle ADE \equiv \triangle BEC$ 이고, $\overline{AD} = 3cm$, $\overline{BC} = 6cm$ 일 때 $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

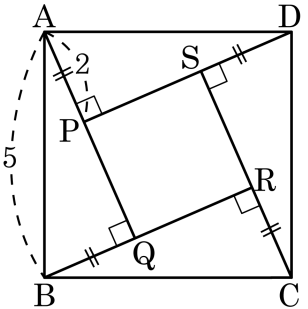
▷ 정답 : $\underline{\frac{45}{2} cm^2}$

해설

$\overline{AD} = \overline{EB} = 3cm$, $\overline{AE} = \overline{BC} = 6cm$, $(\overline{ED})^2 = (\overline{EC})^2 = 3^2 + 6^2, \overline{ED} = \overline{EC} = \sqrt{45}$

$\therefore \triangle DEC = \frac{1}{2} \times \sqrt{45} \times \sqrt{45} = \frac{45}{2} (cm^2)$

5. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, □ABCD 와 □PQRS 의 넓이의 차를 구하면?



① $\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{21}$ ④ $4\sqrt{21}$ ⑤ $5\sqrt{21}$

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{21} - 2$

(□PQRS 의 넓이) $= (\sqrt{21} - 2)^2$

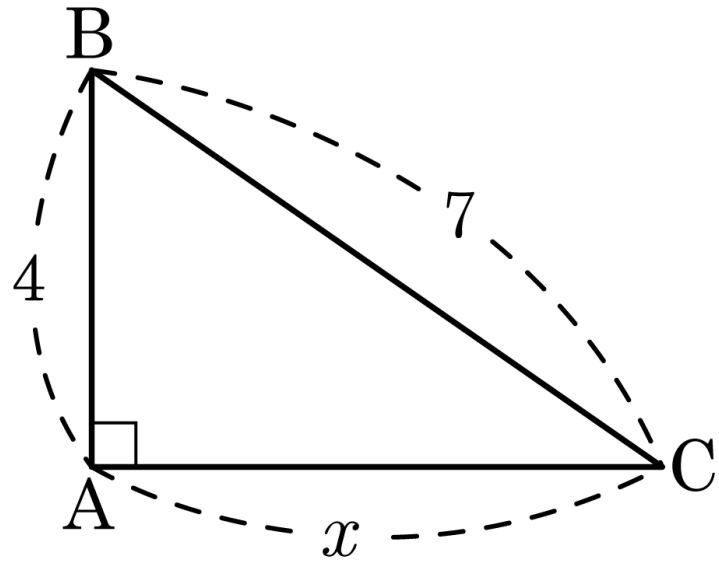
$= 21 + 4 - 4\sqrt{21}$

$= 25 - 4\sqrt{21}$

(□ABCD 의 넓이) $= 25$

$\therefore$ (넓이의 합)$= 4\sqrt{21}$

6. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하면?

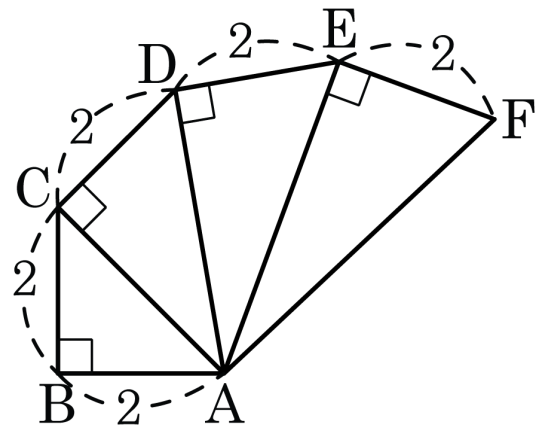


① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

7. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

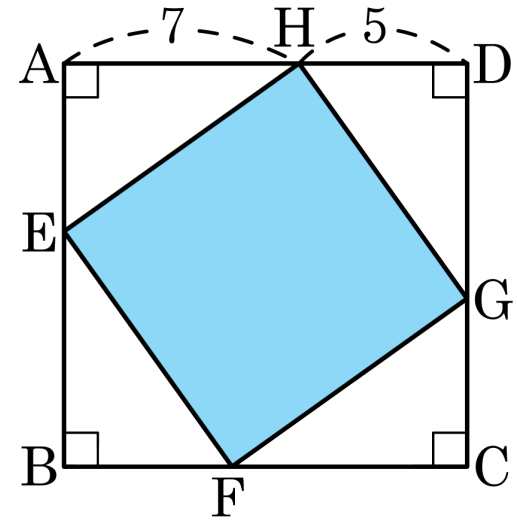
③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AE}=\sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2}=4$,
$\overline{AF}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5}=6+2\sqrt{5}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



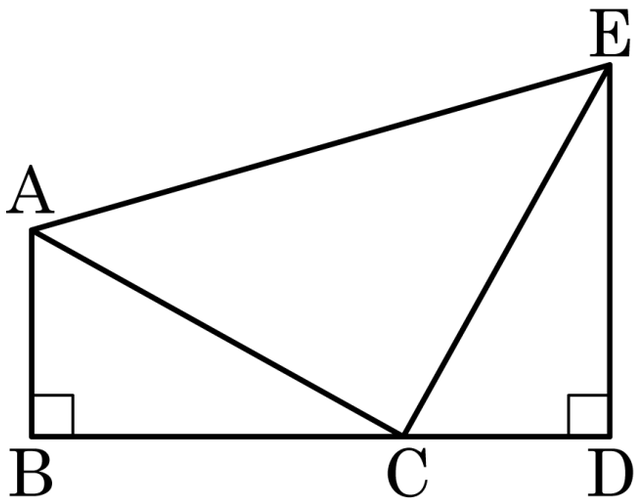
▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

9. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

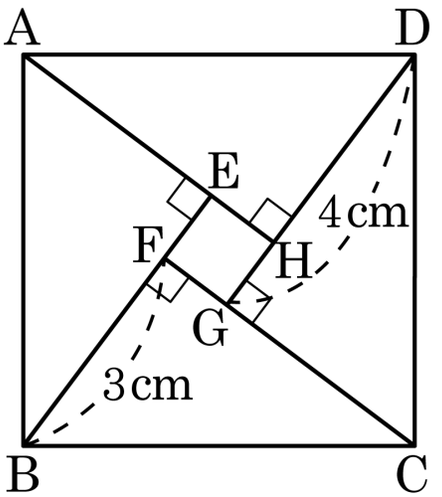
$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가)와 (나)에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 (가) 이고,
$\overline{BC}$ 의 길이는 (나) 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

11. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① $3, 5, 4$ ② $4, 2, 2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

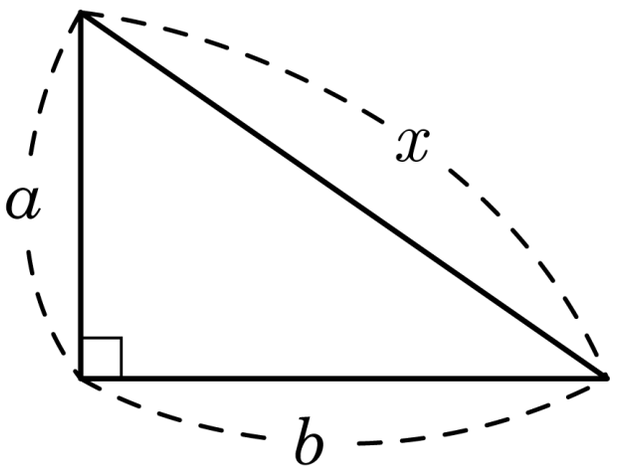
④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$ ⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

⑤ 가장 긴 변은 5이고, $4^2 + (2\sqrt{2}) \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

12. 다음 그림처럼 빗변의 길이가 x 이고, 다른 두 변의 길이가 a, b 인 직각삼각형에서 다음 중 옳은 것은?



㉠ $a+b=x$	㉡ $a^2+b^2=x^2$
㉢ $a+b-2x=0$	㉣ $a\times b=x^2$
㉤ $b^2=(x-a)(x+a)$	

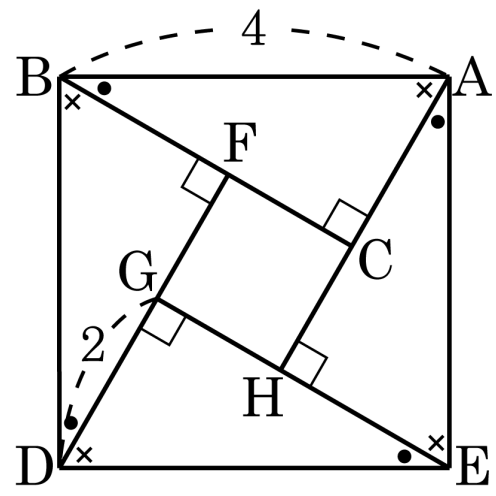
① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉡ 피타고라스 정리에 의하여 옳다.

㉤ $b^2=(x-a)(x+a)=x^2-a^2$

13. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\text{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\text{cm}$

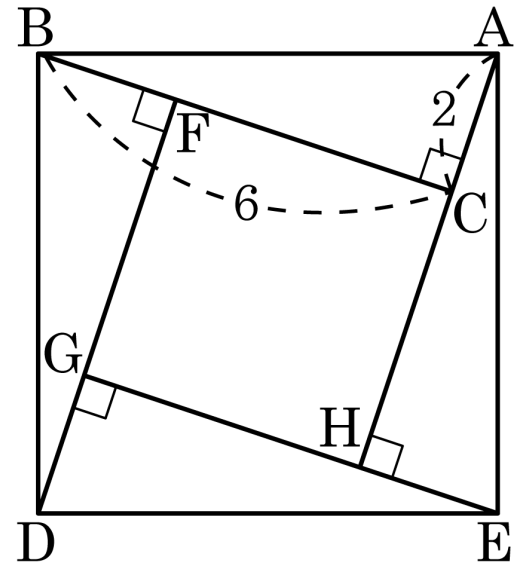
⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\,\text{cm})$

14. 합동인 직각삼각형 4 개를 이용하여 다음 그림과 같이 □BDEA 를 만들었다. 이 때, □BDEA 와 □FGHC 의 넓이의 비는?

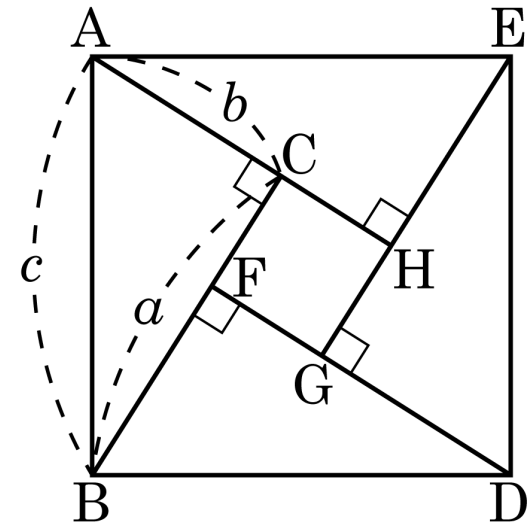


① 2 : 1 ② 3 : 2 ③ 5 : 2 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ 이므로
□BDEA 의 넓이는 $(2\sqrt{10})^2 = 40$ 이다.
또, $\overline{CF} = 6 - 2 = 4$ 이므로 □FGHC 의 넓이는 16 이다.
따라서 □BDEA : □FGHC = 40 : 16 = 5 : 2 이다.

15. 다음은 4 개의 합동인 직각삼각형을 맞대어서 정사각형 ABDE를 만든 것이다. 정사각형 ABDE에서 $\overline{CH}$의 길이와 □CFGH의 사각형의 종류를 차례대로 말한 것은?



① $a-b$, 마름모
② $b-a$, 마름모
③ $a-b$, 정사각형
④ $b-a$, 정사각형
⑤ $a-b$, 직사각형

해설

$\overline{CH}=\overline{AH}-\overline{AC}=a-b$
□CFGH는 네 변의 길이가 같고, 내각이 모두 $90°$이므로 정사각형이다.

16. 다음은 삼각형의 세 변의 길이이다. 예각삼각형이 아닌 것은?

① 7, 9, 15 ② 10, 11, 5 ③ 6, 7, 9

④ $3\sqrt{2}$, 4, $3\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$, 7, 8

해설

① $15^2 = 225$, $7^2 + 9^2 = 130$, $225 > 130$

$\therefore$ 둔각삼각형

17. 다음 중 직각삼각형인 것을 모두 고르면?

㉠ $2,\ 4,\ \sqrt{10}$	㉡ $3,\ \sqrt{15},\ \sqrt{23}$
㉢ $5,\ 12,\ 13$	㉣ $\sqrt{91},\ 5\sqrt{3},\ 4$
㉤ $2\sqrt{3},\ 3\sqrt{5},\ 2\sqrt{7}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

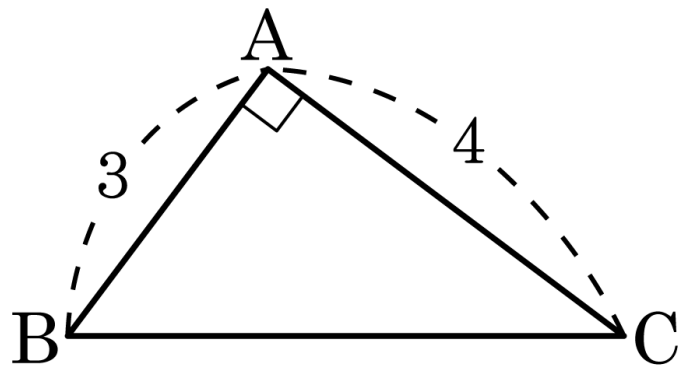
해설

㉠ $4^2 > (\sqrt{10})^2 + 2^2$

㉡ $(\sqrt{23})^2 < 3^2 + (\sqrt{15})^2$

㉤ $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{7})^2$

18. 다음 그림의 삼각형 ABC 가 직각삼각형의 되기 위해 $\overline{BC}$ 의 길이로 알맞은 것을 모두 고르면?(단, $\overline{BC}$ 의 길이는 4보다 작을 수도 있다.)



① 5 ② 25 ③ $7\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

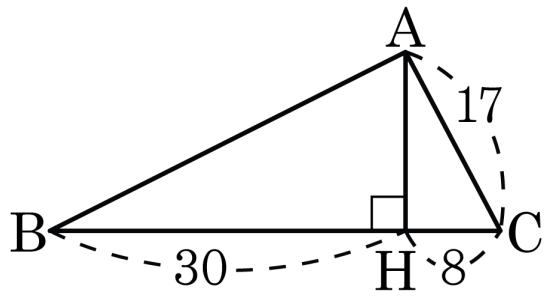
$\overline{BC}$ 의 길이를 x 라 하자.

① $x > 4$ 인 경우, $x < 3 + 4$ 이고 $x^2 = 3^2 + 4^2 \ \therefore \ x = 5$

④ $x < 4$ 인 경우 $x + 3 > 4$ 이고 $x^2 + 3^2 = 4^2 \ \therefore \ x = \sqrt{7}$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이로 알맞은 것은 5 또는 $\sqrt{7}$ 이 된다.

19. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

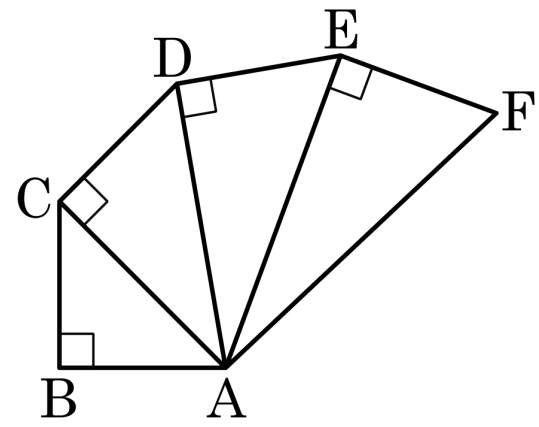
▷ 정답 : $15\sqrt{5}$

해설

$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

$\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 30^2} = \sqrt{225 + 900} = \sqrt{1125} = 15\sqrt{5}$

20. 다음 그림에서 $\overline{BA} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레가 $3 + 3\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

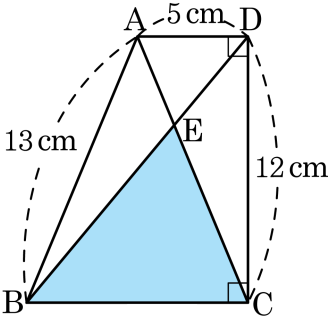
해설

$\overline{BA} = a$ 라고 하면 $\overline{AD} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$ 이다.

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레는 $a + a\sqrt{3} + 2a = 3a + a\sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{3}, a = \sqrt{3}$ 이고

$\triangle AEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ 이다.

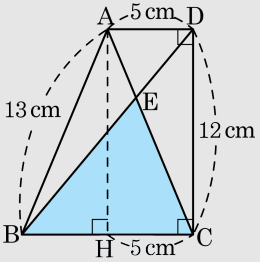
21. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2

④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$

$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

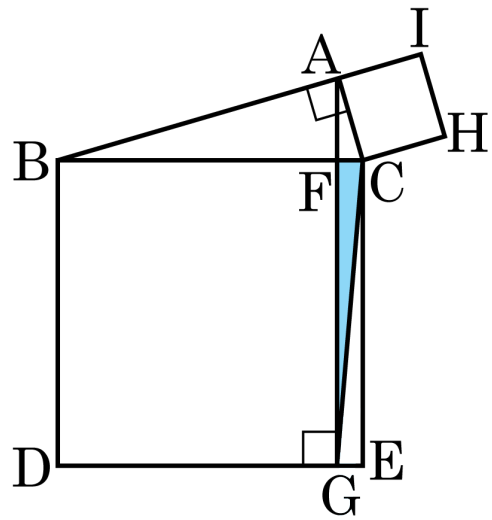
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 40(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\square BDEC$ 는 정사각형이다. $\overline{AG} \perp \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, $\triangle FGC$ 의 넓이는 얼마인가?



① 48 ② $\frac{49}{2}$ ③ 50

④ $\frac{51}{2}$ ⑤ 52

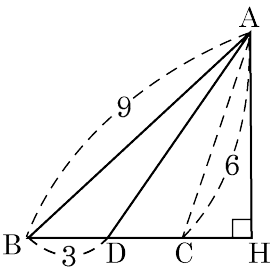
해설

$\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$ 이므로 $\square ACHI = 49$

$\triangle FGC = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2}\square ACHI$ 이므로

$\triangle FGC = \frac{1}{2} \times 49 = \frac{49}{2}$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이 때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle BAD = \angle CAD$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$9 : 6 = 3 : \overline{DC} \ \therefore \ \overline{DC} = 2$

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \cdots ㉠$

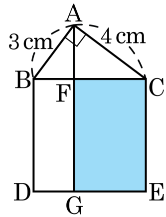
마찬가지로 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \cdots ㉡$

$㉠ = ㉡$ 에서

$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2, \quad 10 \times \overline{CH} = 20$

$\overline{CH} = 2$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, $\square BDEC$ 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\square FGEC$ 의 넓이를 구하여라.

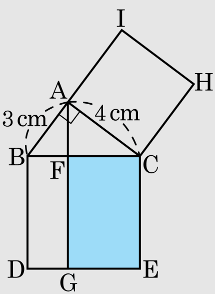


▶ 답 : $\underline{\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형 ACHI를 그리면



$\triangle BCH \equiv \triangle ECA$(SAS 합동), $\triangle ACH = \triangle BCH$

($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)

$\triangle FCE = \triangle ECA$($\because$ 밑변과 높이가 서로 같다.)

$\therefore\ \triangle ACH = \triangle FCE$

따라서$\square FGEC$는 $\square ACHI$와 넓이가 같으므로

$\square FGEC = \square ACHI = 4 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

25. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.