1. 세 변의 길이가 $(x+2)\,\mathrm{cm}$, $(x-1)\,\mathrm{cm}$, $(x-6)\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9+4\sqrt{3}$

해설

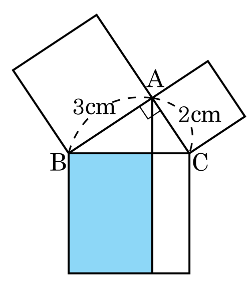
$(x+2)^2=(x-1)^2+(x-6)^2$

$x^2+4x+4=x^2-2x+1+x^2-12x+36$

$x^2-18x+33=0$, $x=9\pm\sqrt{81-33}$

따라서 $x=9\pm\sqrt{48}$, $x>6$ 이므로 $x=9+4\sqrt{3}$

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 3 개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

▷ 정답 : $9\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 포함한 사각형의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같다.
따라서 $3^2 = 9(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

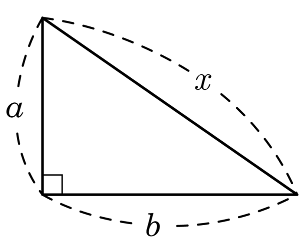
3. 세변의 길이가 각각 $1,\ \sqrt{3}, a$ 또는 $1,\ \sqrt{3}, b$ 이면 서로 다른 직각삼각형을 만들 수 있다.
이때 $b^2 - 2a^2$ 의 값을 구하면? (단, $a > b$)

① -10　② -8　③ -7　④ -6　⑤ -4

해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면
(i) $x > \sqrt{3}$ 일 때, $x = \sqrt{1^2 + 3} = 2$
$\therefore a = 2$
(ii) $\sqrt{3} - 1 < x \leq \sqrt{3}$ 일 때,
$x = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$
$b = \sqrt{2}$
$\therefore b^2 - 2a^2 = (\sqrt{2})^2 - 8 = -6$

4. 다음 그림처럼 빗변의 길이가 x 이고, 다른 두 변의 길이가 a, b 인 직각삼각형에서 다음 중 옳은 것은?



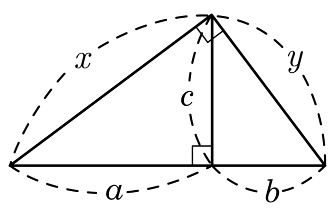
㉠ $a+b=x$	㉡ $a^2+b^2=x^2$
㉢ $a+b-2x=0$	㉣ $a\times b=x^2$
㉤ $b^2=(x-a)(x+a)$	

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉡ 피타고라스 정리에 의하여 옳다.
㉤ $b^2=(x-a)(x+a)=x^2-a^2$

5. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $x^2 - a^2 = y^2 - b^2$

② $a^2 + c^2 = y^2$

③ $y^2 - c^2 = x^2 - c^2$

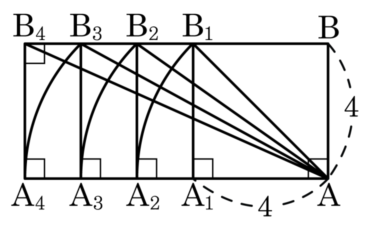
④ $b^2 = x^2 - c^2$

⑤ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

해설

① 피타고라스 정리에 따라
$x^2 = a^2 + c^2$
$c^2 = x^2 - a^2$ 이고
$c^2 + b^2 = y^2$
$c^2 = y^2 - b^2$ 이므로
$x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ 이다.

6. 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 □AA_1B_1B 가 있다. 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이는?



① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

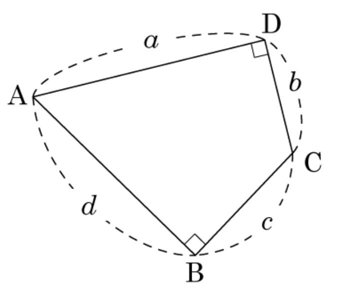
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

7. 다음 그림에서 ∠B 와 ∠D 는 90°, $\overline{AD}=a$, $\overline{CD}=b$, $\overline{BC}=c$, $\overline{AB}=d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $a+b=c+d$ ② $a=d$, $b=c$

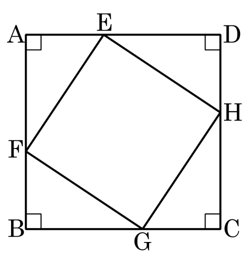
③ $a^2+d^2=b^2+c^2$ ④ $a^2+b^2=c^2+d^2$

⑤ $a-d=b-c$

해설

$\overline{AC}$가 공통변이고 각각 △ADC, △ABC가 직각삼각형이므로 $a^2+b^2=c^2+d^2$이 성립한다.

8. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\,\text{cm}$ 이다. □ABCD 의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

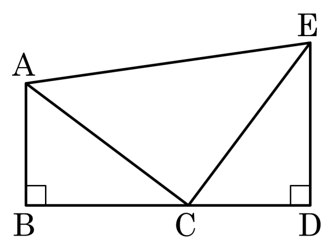


① $8\,\text{cm}$ ② $3\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $9\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{13}\,\text{cm}$ ⑤ $10\,\text{cm}$

해설

△AFE 에서 $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AF} = 6\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{EF} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}\,\text{cm}$

9. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle\mathrm{CAE}$ 의 크기는?



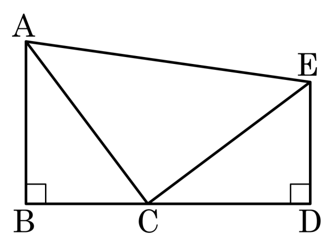
① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{CDE}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ECD}$, $\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{CED}$, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
그리고 $\angle\mathrm{BAC} + \angle\mathrm{ACB} = 90°$ 이므로

$\angle\mathrm{ECD} + \angle\mathrm{ACB} = 90°$ 이다.
따라서 $\angle\mathrm{ECD} + \angle\mathrm{ACE} + \angle\mathrm{ACB} = 180°$ 이므로 $\angle\mathrm{ACE} = 90°$ 이다.
또, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ACE}$ 는 직각이등변삼각형이다.
따라서 $\angle\mathrm{CAE} = \dfrac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

10. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\triangle$ACE 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이고, $\triangle ACE = 200$, $\overline{CD} = 12$ 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?

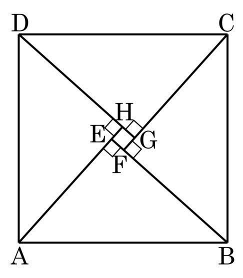


① 100　② $64 + 20\sqrt{3}$　③ $32 + 10\sqrt{2}$
④ 80　⑤ $56 + 20\sqrt{2}$

해설

$\triangle$ACE 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고, $(\overline{AC})^2 = 2 \times 200 = 400$ 이므로
$\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.
또, $\overline{AE} = \sqrt{400 + 400} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$
$\overline{CE} = 20$, $\overline{CD} = 12$ 이므로
$\triangle$CDE 는 피타고라스 정리에 의해
$\overline{DE} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ 이다.
$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$ 이므로
따라서 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는 $16 + 12 + 16 + 12 + 20\sqrt{2} = 56 + 20\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$ ② $4(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$ ③ $4(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$
④ $8(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$ ⑤ $8(\sqrt{5}-2)\,\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로
한 변의 길이는 6cm 이다.
$\overline{AH} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로
$\overline{EH} = 2\sqrt{5}-4 = 2(\sqrt{5}-2)$ 이고,
사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
$2(\sqrt{5}-2)\times 4 = 8(\sqrt{5}-2)$ cm이다.

12. 다음 중 직각삼각형인 것을 모두 고르면?

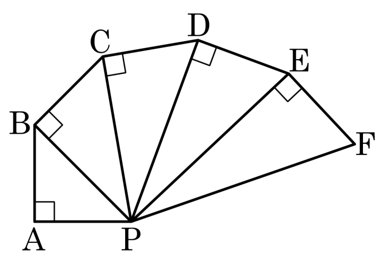
㉠ $2,\ 4,\ \sqrt{10}$	㉡ $3,\ \sqrt{15},\ \sqrt{23}$
㉢ $5,\ 12,\ 13$	㉣ $\sqrt{91},\ 5\sqrt{3},\ 4$
㉤ $2\sqrt{3},\ 3\sqrt{5},\ 2\sqrt{7}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $4^2 > (\sqrt{10})^2 + 2^2$
㉡ $(\sqrt{23})^2 < 3^2 + (\sqrt{15})^2$
㉤ $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{7})^2$

13. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\,cm$)



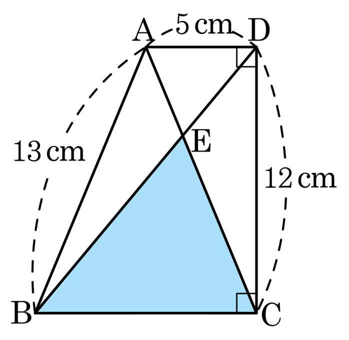
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

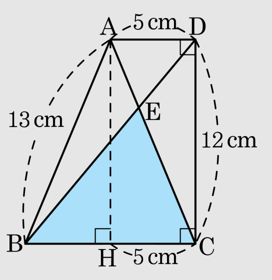
$\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDE$,
$\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{PB} = \sqrt{2}(cm)$, $\overline{PC} = \sqrt{3}(cm)$,
$\overline{PD} = 2(cm)$, $\overline{PE} = \sqrt{5}(cm)$
$\overline{PF} = \sqrt{6}(cm)$

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2　② 50cm^2　③ 60cm^2
④ 70cm^2　⑤ 80cm^2

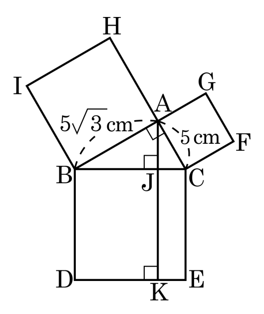
해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$
$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$
$\triangle EBC \backsim \triangle EDA(\because$ AA닮음$)$
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$
$$= 40(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

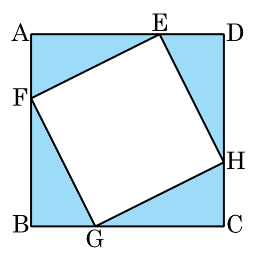
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, □ACFG = □JKEC 이므로

□ACFG = □JKEC $= 25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

16. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AF}} = 2 : 1$, $\overline{\mathrm{EF}} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



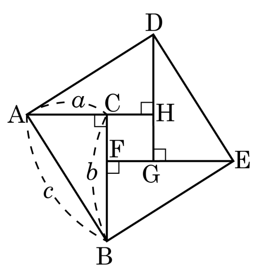
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{AF}}^2 = \overline{\mathrm{EF}}^2$ 이 성립한다.
$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AF}} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}} = 2\mathrm{k}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \mathrm{k}\ (\mathrm{k} > 0)$ 라 하면
$(2\mathrm{k})^2 + \mathrm{k}^2 = 5$ 에서 $\mathrm{k} = 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = 1$, $\overline{\mathrm{AE}} = 2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{AF}} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

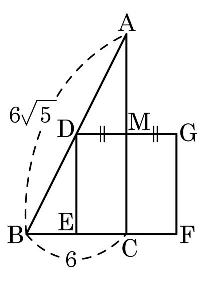
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 6\sqrt{5}$m, $\overline{BC} = 6$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square DEFG$ 는 정사각형이다. $\overline{DM} = \overline{MG}$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



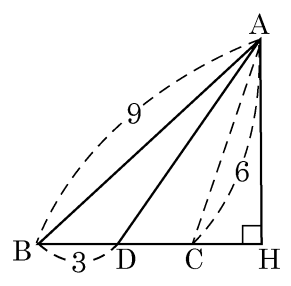
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - 6^2} = 12(\text{cm})$ 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
$\overline{DM} = \overline{GM} = \frac{x}{2}$ 이므로
$\overline{BE} = 6 - \frac{x}{2}$, $\overline{AM} = 12 - x$ 이다.
또한, $\triangle ADM \backsim \triangle DBE$ ($\because$ AA 닮음)이므로
$\overline{DM} : \overline{BE} = \overline{AM} : \overline{DE}$
$\frac{x}{2} : \left(6 - \frac{x}{2}\right) = (12 - x) : x$
$\frac{x^2}{2} = \left(6 - \frac{x}{2}\right)(12 - x)$
$12x = 72$
$\therefore\ x = 6$

19. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC의 연장선에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



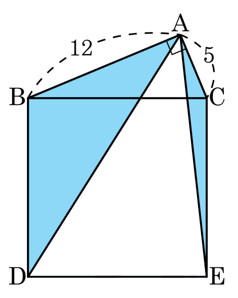
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
$9 : 6 = 3 : \overline{DC}$ $\therefore$ $\overline{DC} = 2$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \cdots$ ㉠
마찬가지로 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \cdots$ ㉡
㉠ = ㉡ 에서
$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2, \quad 10 \times \overline{CH} = 20$
$\overline{CH} = 2$

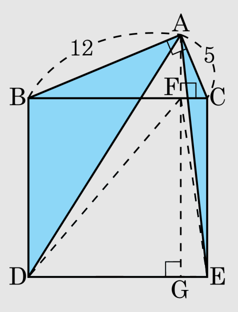
20. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{169}{2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$$\begin{aligned}\triangle FBD + \triangle FCE &= \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC \\ &= \frac{1}{2}\square BDEC \\ &= \frac{1}{2} \times 13^2 \\ &= \frac{169}{2}\end{aligned}$$