

1. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

- ① $\{2, 4, 6\}$ ② \emptyset ③ $\{0, 2, 4, 6\}$
④ $\{6, 8\}$ ⑤ $\{2, 6, 8\}$

해설

'0'은 집합 A 에 속하지 않는다.

2. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x+4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.
따라서 $x = 3$ 이다.

3. 집합 $\{1, 2, 4, 8\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 4를 포함하는 부분집합이 아닌 것은?

① \emptyset

② $\{1, 4\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{1, 4, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

원소 1, 4를 제외한 $\{2, 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면 $\emptyset, \{2\}, \{8\}, \{2, 8\}$ 이고, 그 각각의 부분집합에 원소 1, 4를 넣으면, $\{1, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

4. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 써라.

$$A = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 미만의 자연수}\}$$

$$B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

$$A \cap B = \{\square, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \square, 9\}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 5

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$$

5. 두 집합 $A = \{1, a\}$, $B = \{2, 3, a - 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

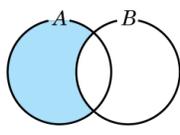
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.
 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 $\{1, 3\} \subset \{1, a\}$, $\{1, 3\} \subset \{2, 3, a - 2\}$ 이다.
따라서 $a = 3$ 이다.

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제 시법으로 나타낸 것은?

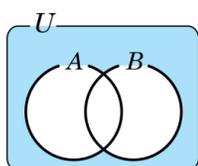


- ① $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$ ② $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
③ $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$ ④ $\{x \mid x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$
⑤ $\{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \notin B\}$

해설

벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소를 x 라고 하면 집합 A 에는 포함되고 집합 B 에는 포함되지 않으므로 $\{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$ 이다.

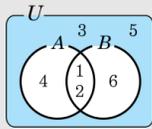
7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 6\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{3\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{6\}$ ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설

따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{3, 5\}$ 이다.



8. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A^c - B)^c$ 과 같은 집합은?

① $A \cup B$

② $A \cap B$

③ $A^c \cap B$

④ $(A \cup B)^c$

⑤ $(A \cap B)^c$

해설

$$(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c = (A \cup B)$$

9. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B^c$ 의 원소의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$$A - B^c = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$$

\therefore 5개

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $B \cap A^c = \{4, 6, 8\}$ 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$A \cap B = \{2\}, B - A = \{4, 6, 8\}$$

$$\therefore B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$\text{원소의 합} = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

11. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

13. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

해설

명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ '이다.

p : 소풍가지 않는다. q : 비가 온다.

따라서 $\sim q \rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

14. $p : x = 3$, $q : x^2 = 3x$ 에서 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

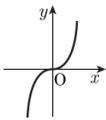
▷ 정답: 충분조건

해설

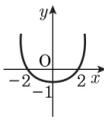
조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면 $P = \{3\}$, $Q = \{0, 3\}$
이므로 $P \subset Q$, $Q \not\subset P \therefore$ 충분조건

15. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

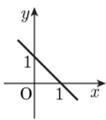
①



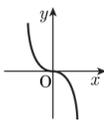
②



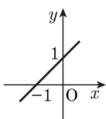
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

16. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 100 이하 자연수들의 모임
- ② 작은 짝수들의 모임
- ③ 노래를 잘하는 학생들의 모임
- ④ 15보다 작은 소수들의 모임
- ⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

'잘하는', '작은', '예쁜' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

17. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $6 \in A$

④ $9 \notin A$

⑤ $11 \notin A$

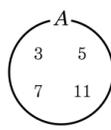
해설

① $3 \notin A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

18. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{이상 } 11 \text{이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{이상 } 12 \text{이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

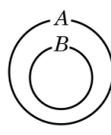
19. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{a, b\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

20. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{5, 10\}$ ③ $\{5, 15, 20\}$
④ $\{32\}$ ⑤ $\{5, 50 \dots\}$

해설

$B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

21. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $A \neq B \neq C$ 이다.)

① $\emptyset \subset A$

② $A \subset C$

③ $C \not\subset B$

④ $B \subset A$

⑤ $C^c \subset B^c$

해설

④ $A \neq B$ 이므로 $B \not\subset A$ 이다.

22. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{5, a+1, 2 \times a, 11\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2, 5, 8\}$

③ $\{1, 2, 7, 8\}$

④ $\{1, 2, 6, 10\}$

⑤ $\{1, 2, 6, 10, 11\}$

해설

$A \cap B = \{5\}$ 이므로 $a = 5$ 이다. 따라서 $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{5, 6, 10, 11\}$ 이므로

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2\} \cup \{6, 10, 11\} = \{1, 2, 6, 10, 11\}$ 이다.

23. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

① \emptyset

② $\{0, 1\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{2, 3, 4, 5\}$

⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)

$x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)

$x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)

$x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)

따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

24. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)
② : 대우는 ' nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.' nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.

∴ 주어진 명제는 참

④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$

※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.

⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

25. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $Q \subset P$ ② $Q^c \subset P^c$ ③ $Q \subset P^c$
④ $Q^c \subset P$ ⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

26. 명제 'x가 4의 배수가 아니면 x는 2의 배수가 아니다.'는 거짓이다. 다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다. 즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

27. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이고, 명제가 거짓이면 그 명제의 대우도 항상 거짓이다.

28. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 「 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」이 때, n 이 짝수이면 $n = (나)$ (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

「 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」의 대우는 「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」
∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
∴ (나)- $2k$

29. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p: a < b, \quad q: |a| < |b|$

② $p: 2x + 3 = 5, \quad q: x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p: a > 3, \quad q: a^2 > 9$

④ $p: x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q: x + y > 0$

⑤ $p: xy = yz, \quad q: x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

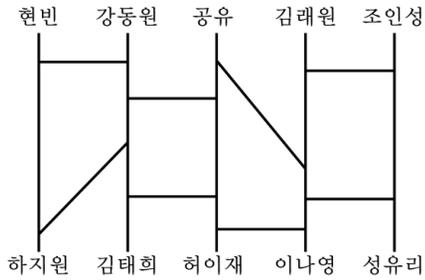
② p, q 를 만족하는 값이 모두 $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건이다.

30. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



- ① 하지원 ② 성유리 ③ 이나영
 ④ 허이재 ⑤ 김태희

해설

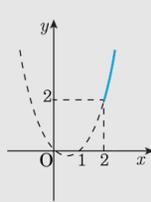
일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

31. 이차함수 $f(x) = x^2 - x$ 가 있다. 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 하는 집합 X 는 $X = \{x | x \geq k\}$ 이다. 이 때, k 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

주어진 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이려면,
 (정의역)=(공역)이므로
 (정의역)=(치역)이 되어야 한다.
 즉, $f(k) = k$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
 (i) $k = 0$ 이면 $f(0) = f(1)$ 이므로
 $f(x) = x^2 - x$ 가 일대일대응이 되지 않는다.
 (ii) $k = 2$ 이면 일대일대응이 된다.
 $\therefore k = 2$



32. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

33. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나, 정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다. x, y 전체 실수 구간에서 그래프가 그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

34. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 꼴의 수만 나타난다.

35. 다음 중 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합이 아닌 것을 모두 골라라.

$\textcircled{\text{A}} \emptyset$	$\textcircled{\text{D}} \{c\}$
$\textcircled{\text{B}} \{a, g\}$	$\textcircled{\text{E}} \{a, c, e\}$
$\textcircled{\text{C}} \{a, b, d, e\}$	$\textcircled{\text{F}} \{a, b, c, d, e\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{C}}$

▶ 정답 : $\textcircled{\text{E}}$

해설

$\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합을 모두 구하면
 $\{a, b, c, d, e\}$ 를 제외한 모든 부분집합이다.
 $\textcircled{\text{C}} \{a, g\}$ 에서 원소 g 는 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 에 속하지 않으므로
진부분집합이 아니다.
 $\textcircled{\text{E}} \{a, b, c, d, e\}$ 은 자기 자신이므로 진부분집합이 아니다.

38. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 n 을 반드시 원소로 갖는 집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$2(n\text{을 제외한 원소의 개수}) = 2^{n-1} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 6$$

39. 다음 두 조건을 만족하는 두 집합 A, B 는?

$$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

- ① $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 5\}$
- ② $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 4, 8\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \{\text{대, 한, 민, 국}\}, B = \{\text{한, 국}\}$

해설

주어진 조건을 만족하려면 두 집합 A, B 는 $A \subset B$ 의 관계이어야 한다.

- ① $B \subset A$
- ② $B \subset A$
- ③ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $A \subset B$
- ④ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \not\subset B, B \not\subset A$
- ⑤ $B \subset A$

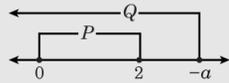
41. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

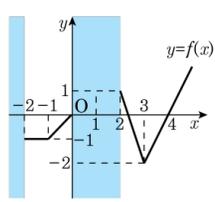
해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이려면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

42. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$ 에 대한 설명이다. M, N 의 합을 구하여라.



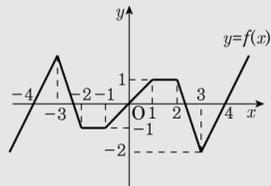
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 M 이고, $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 N 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로

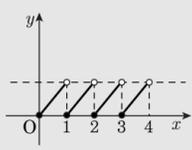


$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $M = 2$ 이고,
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $N = 1$ 이다.
 $\therefore M + N = 3$

43. $y = x - [x] (0 \leq x \leq 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면?
 ($[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \leq x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \leq x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \leq x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \leq x < 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

44. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 32 개

② 64 개

③ 128 개

④ 256 개

⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개) 이므로 $n(B) = 8$ 이다.
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는
 $2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개) 이다.

45. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나는 홀수를 원소로 갖는 A 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 48개 ② 44개 ③ 40개 ④ 35개 ⑤ 32개

해설

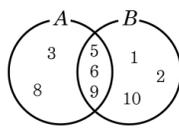
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

짝수만으로 이루어진 부분집합은 $\{2, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합 중 공집합을 제외한 것이므로 그 개수는 $2^4 - 1 = 15$ (개)이다.

A 의 전체 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이고 그 중 공집합을 제외한 것은 63개이다.

적어도 하나는 홀수를 원소로 갖는 부분집합을 짝수만으로 이루어진 부분집합을 제외한 것이므로 구하는 개수는 $63 - 15 = 48$ (개)이다.

46. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에 속하는 원소들이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cap B = \{5, 6, 9\}$ 이다.
 $A \cap B$ 의 원소의 합은 $5 + 6 + 9 = 20$ 이다.

48. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 진리집합이 각각 $P = \{x \mid x \leq -2, 1 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x \mid x \leq a\}$, $R = \{x \mid x \leq b\}$ 이다. p 는 q 이기 위한 필요조건이고, r 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a, b 에 대한 a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건, r 이기 위한 충분조건이므로 $Q \subset P \subset R$ 이 성립한다.
따라서 $a \leq -2, b \geq 5$ 이므로 a 의 최댓값은 -2 , b 의 최솟값은 5
 $\therefore -2 + 5 = 3$

49. 임의의 양수 x, y 에 대하여 함수 f 가 $f(xy) = f(x) + f(y) - 2$ 를 만족하고 $f(2) = 3$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$f(xy) = f(x) + f(y) - 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$$f(1) = f(1) + f(1) - 2$$

$$\therefore f(1) = 2$$

①에 $x = 2, y = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$f(1) = f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$2 = 3 + f\left(\frac{1}{2}\right) - 2 \quad \therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

50. 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 $f(x)$ 가 있다. $f(1) = 3$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하면?

- ㉠ -3 ㉡ $-\frac{1}{3}$ ㉢ 0 ㉣ $\frac{1}{3}$ ㉤ 3

해설

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에서
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $f(0+0) = f(0) + f(0), f(0) = 0$ 이다.
 $x = 1, y = -1$ 을 대입하면
 $f(0) = f(1+(-1)) = f(1) + f(-1) = 0$
 $f(-1) = -f(1), f(1) = 3$ 이므로
 $\therefore f(-1) = -3$