1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. x 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

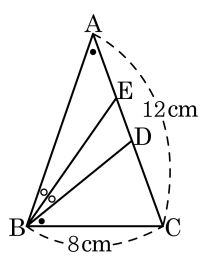
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

$(x+2) : 4 = x : 3$

$4x = 3x + 6$

$\therefore x = 6$

2. $\triangle ABC$ 에서 선분 $\overline{BD}$, $\overline{AE}$ 에 의해 $\angle B$ 가 나눠질 때, $\angle CBD = \angle BAC$ 이고 $\angle ABE = \angle EBD$ 이다. 이때 $\overline{ED}$ 의 길이는?



① $2\,\text{cm}$ ② $\frac{8}{3}\,\text{cm}$ ③ $3\,\text{cm}$
④ $\frac{10}{3}\,\text{cm}$ ⑤ $\frac{11}{3}\,\text{cm}$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)

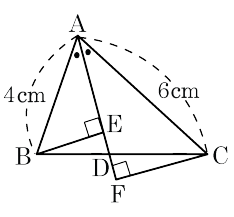
$\therefore 12 : 8 = 8 : \overline{CD},\ \overline{CD} = \frac{16}{3}$

그리고 닮음비가 $3 : 2$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{BA} = 2 : 3$ 이고 $\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{EA}$ 에서

$\overline{DE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 이다.

따라서 $\overline{ED} = \frac{2}{5}\overline{AD} = \frac{8}{3}\,\text{cm}$

3. △ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 ∠A 의 이등분선이고, 꼭짓점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{BD} : \overline{DC}$ 의 값은?



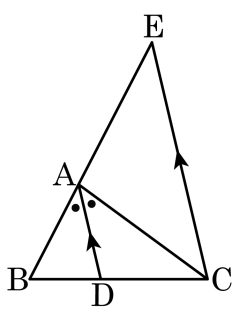
① 4 : 3 ② 2 : 3 ③ 7 : 6

④ 2 : 1 ⑤ 3 : 2

해설

△ABE ∽△ACF 이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CF} = 2 : 3$ 이고,
△BDE ∽△CDF 이므로 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 3$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} // \overline{CE}$ 일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{AE}$

② $\angle ACE = \angle AEC$

③ $\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{BC}$

④ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

⑤ $\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

해설

⑤ $\triangle BDA$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{BC}$ 이다.

5. 자연수 $2, 3, 4, 5$ 를 무심히 배열하였을 때, 우연히 크기순으로 배열될 확률을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

모든 경우의 수 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
크기가 큰 순으로 배열하는 경우의 수 : 1가지
크기가 작은 순으로 배열하는 경우의 수 : 1가지
$\therefore \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

6. A, B, C, D, E 5명이 일렬로 설 때, A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 12

해설

모든 경우의 수 : $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
A, B 가 서로 이웃할 경우의 수 : $(4\times3\times2\times1)\times(2\times1)=48$(가지)
따라서 A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은
$1-\frac{(4\times3\times2\times1)\times(2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{3}{5}$

7. A, B, C, D, E 5명의 학생들을 일렬로 세우는 데 A, C, E 3명이 함께 이웃할 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
A, C, E를 한 명으로 생각하면, 3명을 일렬로 세우는 방법은 $3\times2\times1=6$(가지)
A, C, E가 순서를 정하는 방법의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)
∴ 3명이 이웃할 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
따라서 확률은 $\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$

8. KOREA 의 5 개 문자를 무심히 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 인접할 확률을 구하면?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 경우의 수는 다섯 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같고, 위의 경우는 KOREA 중에 모음은 O, E, A 3 개 이므로 이를 하나로 보고 일렬로 나열한 후 이들끼리 자리 바꾸는 경우로 생각해 보면 된다.

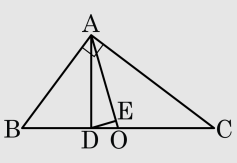
$\therefore \frac{(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)}{5\times4\times3\times2\times1} = \frac{3}{10}$

9. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$ ② $3 + a$ ③ $3 - \frac{a}{2}$

④ $\frac{2a}{5} - 3$ ⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$

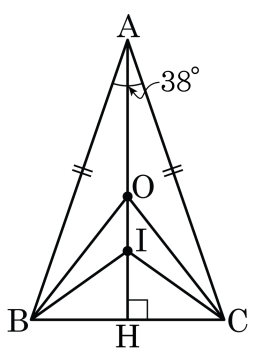
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때,$\angle OBI$ 의 크기는?



① 13° ② $\frac{29}{2}^\circ$ ③ $\frac{33}{2}^\circ$ ④ 16° ⑤ 17°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$

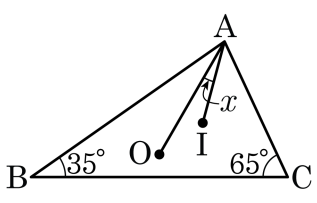
$\therefore \angle OBC = 52^\circ$

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}^\circ$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \frac{71}{2}^\circ = \frac{33}{2}^\circ$

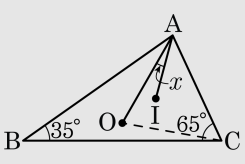
11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

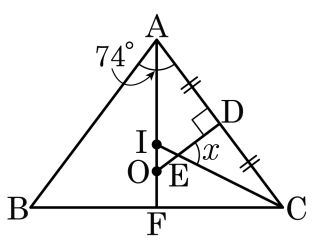


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

12. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AF}}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle \mathrm{BAC} = 74^\circ$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

해설

$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$

$\angle \mathrm{ACI} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ACB} = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$

따라서 $\triangle \mathrm{CDE}$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle \mathrm{ACI} = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.