

1. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$] x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

2. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\&= (x - 2)Q(x) + R\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\&= 8 - 8 + 10 - 6 \\&= 4\end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

4. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

5. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \quad \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

6. $x(x - 1)(x + 1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

- ① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3
④ -2, -1 $\pm \sqrt{2}i$ ⑤ 2, -1 $\pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

7. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$

(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$

$$\therefore x = \pm 2$$

(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

8. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 두 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 $y = -2x$ 모두 접할 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $-\frac{3}{4}$

⑤ $-\frac{1}{4}$

해설

$$x^2 + ax + b = -2x \text{에서}$$

$$x^2 + (a+2)x + b = 0$$

$$\therefore D = (a+2)^2 - 4b = 0 \cdots ①$$

$$x^2 + ax + b = \frac{1}{2}x \text{에서}$$

$$x^2 + \left(a - \frac{1}{2}\right)x + b = 0$$

$$D = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - 4b = 0 \cdots ②$$

$$\text{①, ②에서 } (a+2)^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$