1. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 13 개 일 때, 이 다각형의 꼭짓점의 개수를 구하여라.

▶ 답: ____________ 개

▷ 정답: 16 개

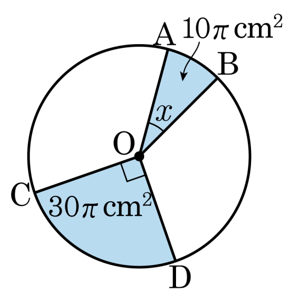
해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면

$n - 3 = 13 \quad \therefore n = 16$

십육각형의 꼭짓점의 개수는 16 이다.

2. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 크기는?



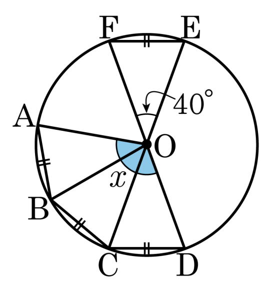
① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

$30\pi : 10\pi = 90° : x$

$x = 90° \times \dfrac{10\pi}{30\pi} = 30°$

3. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{EF}$, $\angle EOF = 40°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $120°$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{EF}$ 이므로

$\angle EOF = \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 40°$

$\therefore\ \angle x = 40° + 40° + 40° = 120°$

4. 다음 중 보기에서 설명하는 정다각형을 차례로 나열한 것은?

보기

ㄱ. 한 내각과 외각의 크기가 90° 인 정다각형
ㄴ. 세 변의 길이가 같고 각 내각의 크기가 60° 인 정다각형

① 정삼각형, 정사각형
② 정사각형, 정삼각형
③ 정오각형, 정사각형
④ 정오각형, 정삼각형
⑤ 정삼각형, 정오각형

해설

ㄱ. 한 내각의 크기가 90° 이고, 외각의 크기도 90° 인 정다각형은 정사각형이다.
ㄴ. 세 변으로 둘러싸여 있으므로 삼각형이고 세 변의 길이가 같고 각 내각의 크기가 60° 로 같으면 정삼각형이다.

5. 대각선의 총수가 77 개인 다각형의 꼭짓점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

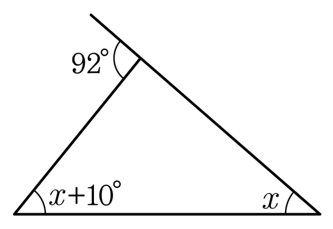
$\frac{n(n-3)}{2} = 77$

$n(n-3) = 154$

$n = 14$

십사각형의 꼭짓점의 개수는 14 이다.

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?

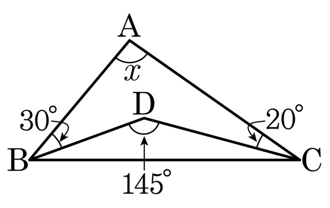


① 38° ② 39° ③ 40° ④ 41° ⑤ 42°

해설

삼각형의 한 외각의 크기는 이와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.
$\angle x + 10° + \angle x = 92°$
$\therefore \angle x = 41°$

7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?

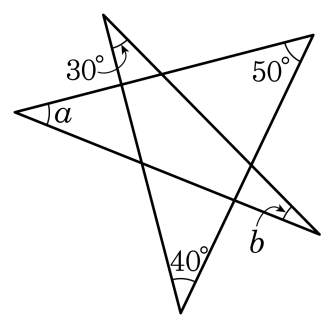


① 90° ② 95° ③ 100° ④ 105° ⑤ 110°

해설

$\angle x + 30° + 20° = 145°$, $\therefore \angle x = 95°$

8. 다음 그림에서 $\angle a + \angle b$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설
삼각형의 외각의 성질에 의해
$30° + \angle a + 40° + \angle b + 50° = 180°$ 이므로
$\angle a + \angle b = 60°$ 이다.

9. 다음 중 내각의 크기의 합이 1000° 보다 크고 1500° 보다 작은 다각형에 속하는 것을 모두 고르면?

① 오각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

① 540° ② 1260° ③ 1440° ④ 1620° ⑤ 1800°

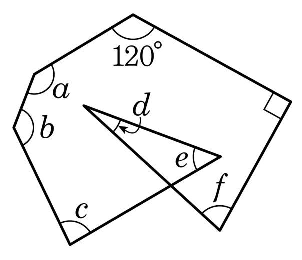
10. 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 총합이 $1440°$ 인 다각형의 꼭지점의 개수는?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

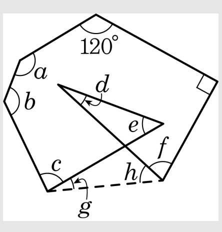
n 각형의 내각과 외각의 크기의 총합은
$180° \times (n-2) + 360° = 1440°$
$\therefore\ n = 8$ (개)

11. 다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$ 의 값은?



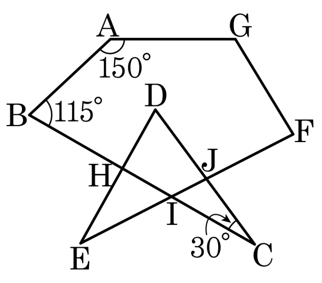
① 500° ② 510° ③ 720° ④ 900° ⑤ 1080°

해설



육각형의 내각의 합은 720° 이다.
$\angle d+\angle e=\angle g+\angle h$ 이므로
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+120°+90°=720°$ 이다.
따라서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=510°$ 이다.

12. 그림에서 $\angle A = 150°$, $\angle B = 115°$, $\angle C = 30°$ 일 때, $\angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ 의 크기를 구하여라.

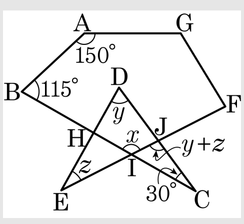


▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 245°

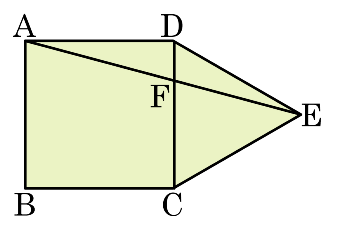
해설

그림에서 보면,



$\angle D = y$, $\angle E = z$, $\angle JIH = x$ 라고 할 때,
삼각형의 외각성질에서 $\angle IJC = y + z$,
$\angle JIH = 30° + y + z = 30° + \angle D + \angle E$
오각형의 내각의 합은 $540°$ 이므로,
$150° + 115° + (\angle D + \angle E + 30°) + \angle F + \angle G$
$= (\angle D + \angle E + \angle F + \angle G) + 295° = 540°$
$\therefore\ \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 245°$ 이다.

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, △DCE 는 정삼각형이다. 선분AE 와 변CD 의 교점을 F 라고 할 때, ∠AFC 의 크기는?



① 90°　② 95°　③ 100°　④ 105°　⑤ 110°

해설

△ADE 는 $\overline{DA} = \overline{DE}$ 이고 ∠ADE = 90° + 60° = 150° 인 이등변삼각형이므로

∠DEA = $\frac{1}{2} \times (180° - 150°) = 15°$ 이다.

따라서 ∠AFC = ∠DFE = 180° − (60° + 15°) = 105° 이다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 현 중에서 가장 긴 현은 지름이다.

㉡ 한 원 위에서 반지름의 길이와 같은 현을 잡고 이 현의 양 끝 점을 지나는 부채꼴을 만들면 이 부채꼴의 중심각의 크기는 60° 이다.

㉢ 한 원에서 같은 중심각에 대한 호의 길이는 현의 길이보다 항상 크다.

㉣ 한 원에서 부채꼴과 활꼴이 같아질 수는 없다.

㉤ 한 원 위의 두 점을 호의 양끝으로 하는 부채꼴의 넓이는 같은 두 점을 호의 양끝으로 하는 활꼴의 넓이보다 항상 크다.

① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉡, ㉢　　③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤　　⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

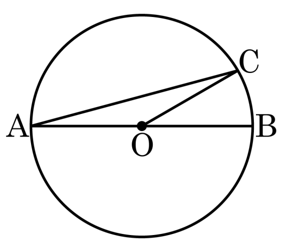
㉣: 부채꼴의 중심각의 크기가 180° , 즉 반원일 경우 부채꼴과 활꼴이 같아질 수 있다.
㉤: 중심각의 크기가 180° 보다 작으면 부채꼴의 넓이가 활꼴의 넓이보다 크다. 그런데 중심각의 크기가 180° 일 때에는 두 넓이가 같다.

15. 한 원 또는 합동인 두 원에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 지름보다 긴 현이 존재한다.
② 중심각의 크기와 활꼴의 넓이는 정비례한다.
③ 부채꼴의 호의 길이가 2배가 되면 부채꼴의 넓이도 2배가 된다.
④ 활꼴의 넓이는 현의 길이에 정비례한다.
⑤ 부채꼴의 중심각의 크기가 2배가 되면 부채꼴의 넓이도 2배가 된다.

해설
① 지름이 가장 긴 현이다.
② 활꼴의 넓이는 중심각 크기에 정비례하지 않는다.
④ 현의 길이와 활꼴의 넓이는 정비례하지 않는다.

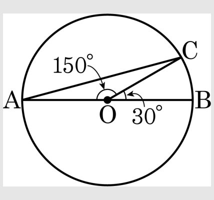
16. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 65.0pt\overset{\frown}{BC}$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기를 구하면? (단, 선분 AB 는 지름이다.)



① 13° ② 15° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB} = 65.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이므로, $\angle AOB = 6\angle BOC$,

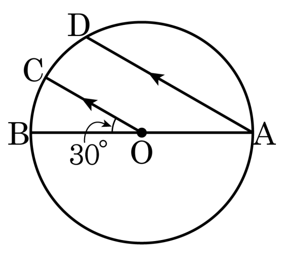


$\angle BOC = 30°$, $\angle AOC = 150°$,

$\triangle AOC$ 는 이등변삼각형 $(\overline{OA} = \overline{OC})$

$\therefore\ \angle OAC = \frac{1}{2} \times 30° = 15°$

17. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{\mathrm{DA}} /\!/ \overline{\mathrm{CO}}$ 이고 $\angle\mathrm{COB} = 30^\circ$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CA}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 의 비는?



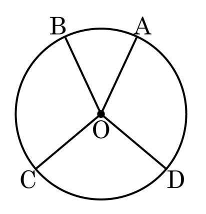
① 2 : 4 : 3 ② 1 : 3 : 5 ③ 2 : 3 : 4

④ 1 : 4 : 6 ⑤ 1 : 5 : 6

해설

점 O 에서 점 D 에 선을 그으면 $\triangle\mathrm{DOA}$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{DA}} /\!/ \overline{\mathrm{CO}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BOC} = 30^\circ$, $\angle\mathrm{COD} = 30^\circ$, $\angle\mathrm{DOA} = 120^\circ$ 이고 부채꼴의 중심각의 크기는 호의 길이에 비례하므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CA}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 30^\circ : 150^\circ : 180^\circ = 1 : 5 : 6$ 이다.

18. 다음 그림의 부채꼴에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\angle AOB = \angle COD$ 이면 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$ 이다.

② $\angle AOB = \angle COD$ 이면 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다.

③ $\angle AOB = \angle COD$ 이면 부채꼴 OAB 의 넓이는 부채꼴 OCD 의 넓이와 같다.

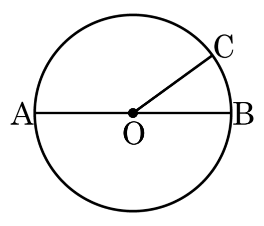
④ $2\angle AOB = \angle COD$ 이면 $25.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$ 이다.

⑤ $2\angle AOB = \angle COD$ 이면 $2\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다.

해설

⑤ $2\angle AOB = \angle COD$ 이면 $25.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$, 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

19. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = 45.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.

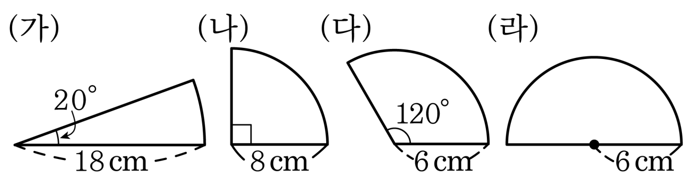


① 15° ② 20° ③ 30° ④ 36° ⑤ 45°

해설

$\angle\mathrm{BOC} = 180° \times \dfrac{1}{5} = 36°$

20. 다음 부채꼴에서 넓이가 같은 것끼리 짝지어진 것을 구하여라.



① (가), (나) ② (가), (다) ③ (나), (라)

④ (다), (라) ⑤ (가), (라)

해설

각각의 넓이를 구하면

(가) $18 \times 18 \times \pi \times \frac{20°}{360°} = 18\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

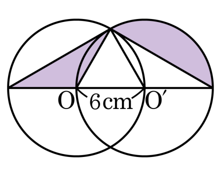
(나) $8 \times 8 \times \pi \times \frac{90°}{360°} = 16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(다) $6 \times 6 \times \pi \times \frac{120°}{360°} = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(라) $6 \times 6 \times \pi \times \frac{180°}{360°} = 18\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (가) 와 (라) 가 같다.

21. 다음 그림과 같은 도형에서 색칠한 부분의 넓이는?



① $10\pi(\mathrm{cm}^2)$　② $11\pi(\mathrm{cm}^2)$　③ $12\pi(\mathrm{cm}^2)$

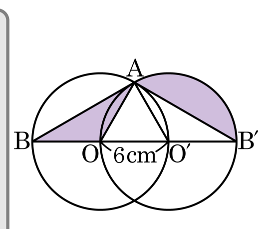
④ $13\pi(\mathrm{cm}^2)$　⑤ $14\pi(\mathrm{cm}^2)$

해설

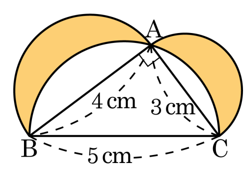
삼각형 AOB 의 넓이= 삼각형 AO′B′ 의 넓이

색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 O′AB′ 의 넓이

$\pi \times 6^2 \times \dfrac{120^\circ}{360^\circ} = 12\pi(\mathrm{cm}^2)$



22. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $4\,\mathrm{cm}^2$　② $6\,\mathrm{cm}^2$　③ $8\,\mathrm{cm}^2$

④ $10\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $12\,\mathrm{cm}^2$

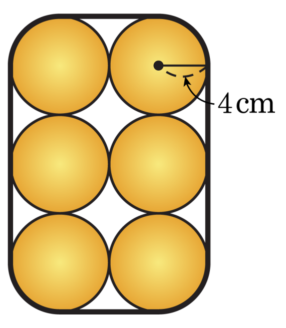
해설

(색칠한 부분의 넓이)=($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)+ ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)+ ($\triangle$ABC 의 넓이)− ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$\frac{1}{2} \times (2^2\pi + (\frac{3}{2})^2\pi) + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times (\frac{5}{2})^2\pi$

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$

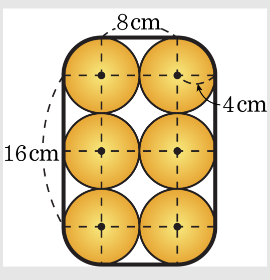
23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원기둥 6 개를 묶으려고 한다. 이때, 필요한 끈의 최소 길이는? (단, 매듭의 길이는 생각하지 않는다.)



① $8(\pi+6)\mathrm{cm}$　② $16(\pi+3)\mathrm{cm}$　③ $16(\pi+6)\mathrm{cm}$
④ $32(\pi+3)\mathrm{cm}$　⑤ $40(\pi+3)\mathrm{cm}$

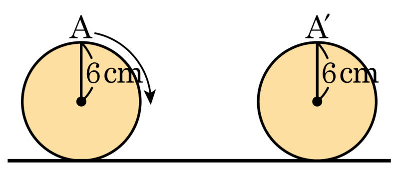
해설

다음 그림과 같이 선을 그으면



반지름이 4cm 인 원의 둘레와 가로 8cm , 세로 16cm 인 직사각형의 둘레의 합이 필요한 끈의 최소 길이이다.
$\therefore\ 2\times4\pi+(16+8)\times2=8\pi+48(\mathrm{cm})$

24. 다음 그림과 같이 반지름이 6cm 인 바퀴를 점 A 가 A′ 에 오도록 회전시켰을 때, 점 A 가 움직인 거리는?



▶ 답 : ______ cm

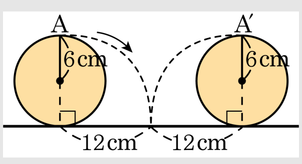
▷ 정답 : 12π cm

해설

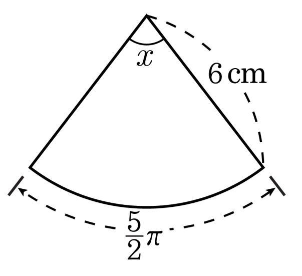
$r = 12(\mathrm{cm})$ 이고 $\theta = 90°$ 인 부채꼴의 호의 길이를 구하면 되므로

$12 \times 2\pi \times \frac{90°}{360°} = 24\pi \times \frac{1}{4} = 6\pi(\mathrm{cm})$ 이다.

2 번 그려지므로 $6\pi \times 2 = 12\pi(\mathrm{cm})$ 이다.



25. 다음 부채꼴에서 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 75 °

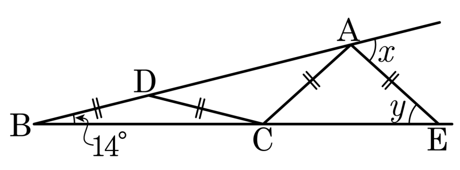
해설

$2\pi \times 6 \times \frac{x°}{360°} = \frac{5}{2}\pi$

$\frac{x}{30}\pi = \frac{5}{2}\pi$

$\therefore\ \angle x = 75°$

26. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AE}}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



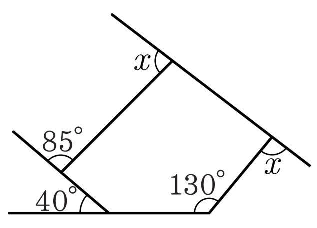
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 98 °

해설

$\angle \mathrm{DCB} = \angle \mathrm{DBC} = 14°$
$\angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{DAC} = 14° + 14° = 28°$
$\angle \mathrm{ACE} = \angle \mathrm{AEC} = \angle y = 28° + 14° = 42°$
$\therefore\ \angle x = \angle \mathrm{DBC} + \angle \mathrm{AEC} = 14° + 42° = 56°$
따라서 $\angle x + \angle y = 56° + 42° = 98°$ 이다.

27. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : 92.5 $\underline{°}$

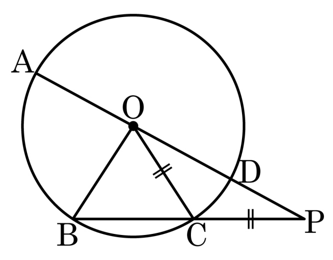
해설

외각의 크기의 합은 360° 이므로

$2x + 85° + 40° + 50° = 360°$

$\therefore\ \angle x = 92.5°$

28. 다음 그림에서 원O 의 지름 AD 와 현 BC 의 연장선의 교점을 P 라 하고 $\overline{\mathrm{CO}} = \overline{\mathrm{CP}}$, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 의 길이는 30cm 일 때 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하면?

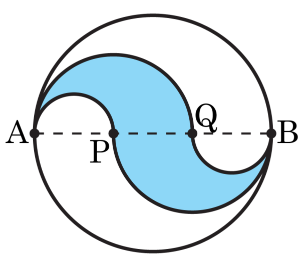


① 10cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\angle \mathrm{CPD} = a$ 라 하면
$\triangle \mathrm{OCP}$ 에서 $\overline{\mathrm{CO}} = \overline{\mathrm{CP}}$ 이므로
$\angle \mathrm{COP} = \angle \mathrm{CPO} = a$
$\therefore \angle \mathrm{OCB} = \angle \mathrm{OBC} = 2a$
$\triangle \mathrm{OBP}$ 에서
$\angle \mathrm{AOB} = 3a$ (한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로)
따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로
$\therefore 30 : 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 3a : a$
$\therefore 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 10\mathrm{cm}$

29. 다음 그림과 같이 지름이 18cm 인 원에서 점 P, Q 가 지름 AB 의 삼등분점일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



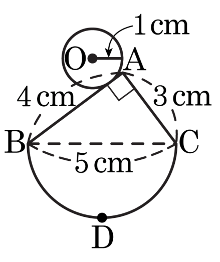
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 27π cm^2

해설

$\overline{AQ} = \overline{PB}$, $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 이므로 색칠한 부분이 넓이는 $\overline{AQ}$ 를 지름으로 하는 원에서 $\overline{AP}$ 를 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \pi \times 6^2 - \pi \times 3^2 = 27\pi(cm^2)$

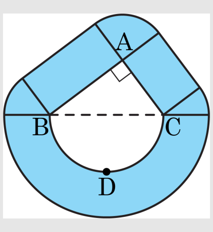
30. 다음 그림은 각 변의 길이가 $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{AC} = 3cm$ 인 직각삼각형과 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원이다. 반지름이 $1cm$ 인 원 O 가 도형 ABDC 의 둘레 위를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나는 부분의 넓이의 합을 $(a + b\pi)cm^2$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설



$2 \times (4+3) + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2}$

$+ \left\{ \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times \pi - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \pi \right\} \times \frac{1}{2}$

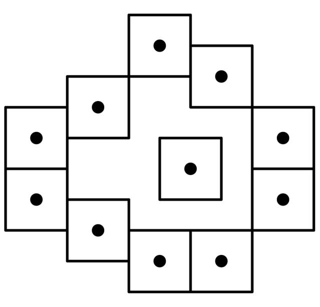
$S = 14 + 2\pi + 7\pi$

$= 9\pi + 14(cm^2)$

$a = 14,\ b = 9$ 이므로

$\therefore\ a + b = 14 + 9 = 23$

31. 다음은 정사각형 모양의 블록을 자유롭게 이어서 만든 도형이다. 점이나 선으로 이웃하는 정사각형의 중심 사이에 빨간 선분을 긋고, 이웃하지 않는 정사각형의 중심 사이에는 파란 선분을 그을 때, 빨간 선분과 파란 선분의 개수의 차를 구하여라.



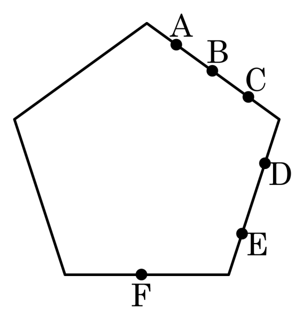
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 35 개

해설

(1) 빨간 선분의 개수
이웃하는 정사각형의 중심끼리 연결하면 십각형의 변의 개수와 같다. ∴ 10 개
(2) 파란 선분의 개수
십각형의 각 꼭짓점에서 이웃하지 않은 꼭짓점을 연결하면 십각형의 대각선의 총수와 같다.
$\frac{10(10-3)}{2} = 35$ 개
또 중앙에 있는 정사각형의 중심에서 각 십각형의 꼭짓점으로 연결한 선분의 개수는 10 개이다.
$\therefore 35 + 10 = 45$ 개
따라서 빨간 선분과 파란 선분의 개수 차는 $45 - 10 = 35$ 개

32. 다음 그림과 같이 오각형 위에 점 6 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 삼각형, 사각형, 오각형의 개수를 각각 a 개, b 개, c 개라고 할 때 $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.



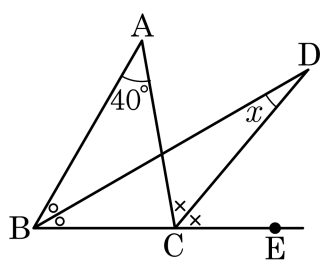
▶ 답 :

▷ 정답 : 684

해설

ⅰ) 삼각형
① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형)$= 9 + 4 = 13$ 개
(A, B, C) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 9 개
(D, E) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 4 개
② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형) $= 3 \times 2 \times 1 = 6$ 개
$\therefore a = 13 + 6 = 19$ 개
ⅱ) 사각형
① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형)=3 개
(A, B, C) 중 두 점과 (D, E) 두 점으로 만든 사각형 : 3 개
② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형)$= 6 + 3 = 9$ 개
(A, B, C) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $3 \times 2 = 6$ 개
(D, E) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 3 개 $\therefore b = 3 + 9 = 12$
ⅲ) 오각형
(A, B, C) 중 두 점과 D, E, F 를 사용하여 만들 수 있는 오각형 : 3 개
$\therefore c = 3$ 개
$\therefore a \times b \times c = 19 \times 12 \times 3 = 684$

33. 다음 그림에서 $\angle ABD = \angle DBC$, $\angle ACD = \angle DCE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : 20 $\underline{^\circ}$

해설

$\angle DBC = \angle ABD = a$, $\angle ACD = \angle DCE = b$ 라고하자.

$\angle DCE = \angle x + \angle DBC$

$b = \angle x + a \cdots (1)$

$\angle ACE = 40^\circ + \angle ABC$

$2b = 40^\circ + 2a$

$b = 20^\circ + a \cdots (2)$

(2) 식을 (1) 식에 대입하면

$20^\circ + a = \angle x + a$

$\therefore\ \angle x = 20^\circ$