

1. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점

② 90 점

③ 92 점

④ 94 점

⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90, \quad \frac{356 + x}{5} = 90, \quad 356 +$$

$$x = 450 \quad \therefore x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회에 걸친 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회에 걸친 성적은 몇 점인가?

① 14 점

② 16 점

③ 18 점

④ 20 점

⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4 회 시험까지의 총점은
 $45 \times 4 = 180$ (점)

5 회까지의 평균은 40 점에서 5 점이 내린 35 점이므로 5 회째의
성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{180 + x}{5} = 35, \quad 180 + x = 175 \quad \therefore x = -5 \text{ (점)}$$

3. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

4. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8 + 7 + x + y + 9}{5} = 8, \quad x + y + 24 = 40$$

$$\therefore x + y = 16 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5이므로

$$\begin{aligned} & \frac{(8-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5} \\ & + \frac{(y-8)^2 + (9-8)^2}{5} = 5 \end{aligned}$$

$$\frac{0 + 1 + x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + 1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -105 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 105 = 16 \times 16 - 105 = 151$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 151 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy,$$

$$16^2 = 151 + 2xy, \quad 2xy = 105$$

$$\therefore 4xy = 210$$

5. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

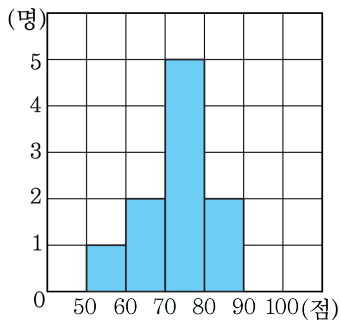
▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

6. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

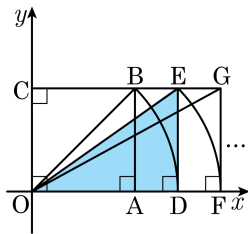
$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

7. 다음 그림과 같이 $\square OABC$ 는 정사각형이고 두 점 D, F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}, \overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\triangle ODE$ 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?



① 2

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

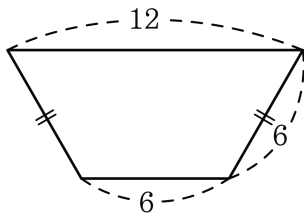
④ $\sqrt{5}$

⑤ 4

해설

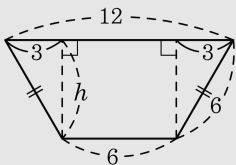
$\overline{OA} = x$ 라고 두면 $\triangle ODE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times x\sqrt{2} \times x = \sqrt{2}, x^2 = 2, x = \sqrt{2}$ 이다. 따라서 점 D 의 x 좌표는 $x\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 이다.

8. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



- ① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

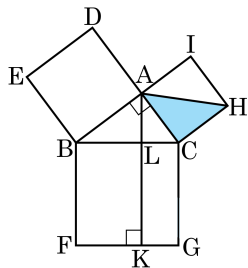


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\text{넓이}) = (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$$

9. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 이 때, $\triangle ACH$ 와 넓이가 같지 않은 것을 모두 고르면?



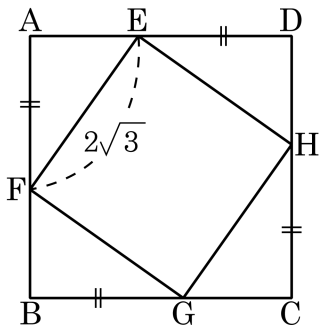
- ① $\triangle CBH$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle CGA$
 ④ $\triangle CGL$ ⑤ $\triangle ABE$

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle ACH$ 와 넓이가 같은 것을 찾으면

$\triangle CBH$, $\triangle CGA$, $\triangle CGL$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?

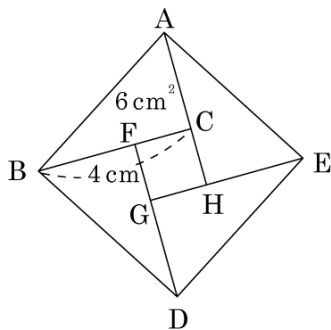


- ① $4(\sqrt{2} + 1)$ ② $8(\sqrt{3} + 1)$ ③ $4(\sqrt{3} + 2)$
 ④ $8(\sqrt{2} + 1)$ ⑤ $8(\sqrt{2} + 2)$

해설

$\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \sqrt{2}x$
 $\triangle AEF$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $12 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ 이
 되어 $x = 2$ 이 성립한다.
 따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는 $4(2 + 2\sqrt{2}) = 8(1 + \sqrt{2})$
 이다.

11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6\text{ cm}^2$ 이고, $\overline{BC} = 4\text{ cm}$ 일 때, 다음 중 $\overline{AC}$ 의 길이, $\overline{CH}$ 의 길이, $\square\text{FGHC}$ 의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



- ① 2 cm, 2 cm, 1 cm^2 ② 3 cm, 1 cm, 1 cm^2
 ③ 3 cm, 2 cm, 1 cm^2 ④ 3 cm, 3 cm, 2 cm^2
 ⑤ 4 cm, 3 cm, 2 cm^2

해설

$$6\text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \times 4\text{ cm} \times \overline{AC} \text{ 이므로 } \overline{AC} = 3\text{ cm}$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4\text{ cm} - 3\text{ cm} = 1\text{ cm}$$

$$\square\text{FGHC의 넓이는 } 1\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 1(\text{cm}^2)$$

12. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① 3, 5, 4

② $4, 2, 2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$

⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

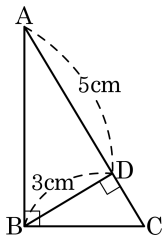
⑤ 가장 긴 변은 5이고, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\text{ cm}$, $\overline{BD} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$
④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$

② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$
⑤ $\frac{18}{5}$

③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$



해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} (\text{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

14. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?

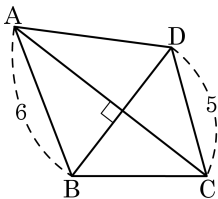
① 11

② 30

③ 41

④ 56

⑤ 61

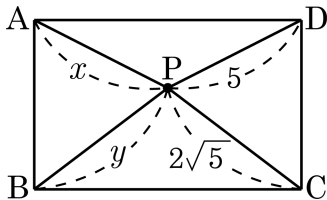


해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$$

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.



① 5

② 6

③ 7

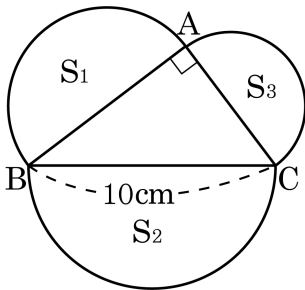
④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5 \text{ 이다.}$$

16. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$

② $15\pi\text{cm}^2$

③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$

⑤ $30\pi\text{cm}^2$

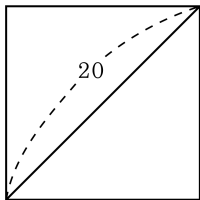
해설

$$S_1 + S_3 = S_2$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$$

$$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$$

17. 대각선의 길이가 20 인 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

정사각형 한 변을 a 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}a$ 이므로

$$\sqrt{2}a = 20, a = 10\sqrt{2}$$

따라서, 정사각형의 넓이는 $(10\sqrt{2})^2 = 200$ 이다.

18. 넓이가 $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

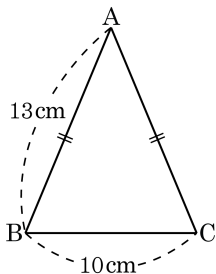
정삼각형의 한 변의 길이를 $a\text{cm}$ 라 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$$

$$a^2 = 144$$

$$\therefore a = 12(\text{cm})$$

19. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



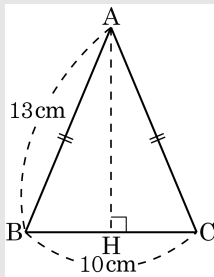
▶ 답 :

cm²

▷ 정답 : 60 cm²

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (cm)



$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$

20. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?

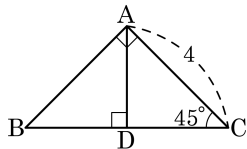
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.

따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

21. 좌표평면 위의 두 점 $(-2, 1)$, $(3, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{34}$ 이다.

$$a^2 - 2a - 8 = 0, (a-4)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 4$$

22. 다음 중 좌표평면 위의 원점 O 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4 인 원의 외부에 있는 점의 좌표를 구하면?

① A(1, 3)

② B(-4, 0)

③ C(-2, $-\sqrt{5}$)

④ D($\sqrt{13}$, 2)

⑤ E(3, $-\sqrt{7}$)

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} < 4$$

$$\overline{OB} = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$$

$$\overline{OC} = \sqrt{(-2)^2 + (-\sqrt{5})^2} = 3 < 4$$

$$\overline{OD} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 + 2^2} = \sqrt{17} > 4$$

$$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + (-\sqrt{7})^2} = \sqrt{16} = 4$$

따라서, 점 D 는 원의 외부에 있다.

23. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\text{cm}^2$

② $486\sqrt{3}\text{cm}^2$

③ $162\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ 486cm^2

⑤ 162cm^2

해설

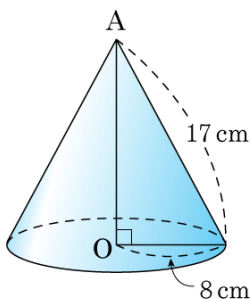
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 9$ 이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.

정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로

$$6 \times (3\sqrt{3})^2 = 162(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm이고 모선이 17cm인 원뿔의 부피를 구하여라.



답:

cm³



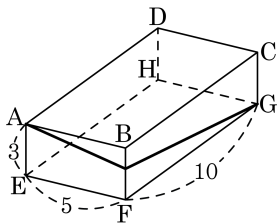
정답: 320π cm³

해설

$$\overline{AO} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = 8 \times 8 \times \pi \times 15 \times \frac{1}{3} = 320\pi(\text{cm}^3)$$

25. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하면?



① $\sqrt{243}$

② $3\sqrt{26}$

③ $2\sqrt{89}$

④ $2\sqrt{41}$

⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AG} &= \sqrt{3^2 + (5 + 10)^2} = \\ \sqrt{9 + 225} &= \sqrt{234} = 3\sqrt{26}\end{aligned}$$

