

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 순환소수는 유리수이다.
- ② 유한소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수는 무리수이다.
- ④ 원주율과 $\sqrt{1000}$ 은 무리수이다.
- ⑤ 무리수는 실수이다.

해설

③ 순환하는 무한소수는 유리수이다.

2. 다음 수를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

② $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

③ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

④ $\sqrt{500} = 5\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$

해설

④ $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

3. $n = 93$ 일 때, $\sqrt{n^2 + 14n + 49}$ 의 값은?

- ① 100 ② 107 ③ 142 ④ 158 ⑤ 170

해설

$$\sqrt{(n+7)^2} = n+7 = 93+7 = 100$$

4. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가

$x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 이므로

$$(x + 3)(3x - 5) = 0$$

$$3x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\therefore a = 4, b = -15$$

$$a - b = 4 - (-15) = 19$$

5. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

6. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

7. $(x-y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x-y)^2 - 8(x-y) + 16$ 에서

$x-y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A-4)^2 = (x-y-4)^2$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

8. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k \\ &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k \\ & x^2-8x=A \text{로 놓으면,} \\ & (A+7)(A+15)+k \\ &= A^2+22A+105+k=(A+11)^2 \\ & \therefore 105+k=11^2=121 \\ & \therefore k=16 \end{aligned}$$

9. $a + b = -2$, $ab = -15$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값은?

① 36

② 45

③ 64

④ 81

⑤ 121

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = (-2)^2 - 4(-15) = 64$$

10. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은?

① -12

② -24

③ -32

④ $-24\sqrt{3}$

⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$(\text{준식}) = (x - y)(x + 3y)$$

$$x - y = -8, \quad x + 3y = 4\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$(-8) \times 4\sqrt{3} = -32\sqrt{3}$$

11. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x - 1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

12. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$

② $k < -3$

③ $k > -5$

④ $k < -5$

⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

$$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore k > -7$$

13. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?
- ① $k > -2$

② $k > -1$

③ $k < -2$

④ $k < -1$

⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x + 1)^2 + (-2 - k)$
꼭짓점 $(-1, -2 - k)$ 에서 $-2 - k < 0 \quad \therefore k > -2$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$

14. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 4가 되었다. 이 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2(x^2 - 2x + 1) + k - 2 = 2(x - 1)^2 + k - 2$$

$y = 2(x - 1)^2 + k - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행 이동한 식은

$$y = 2(x - 1)^2 + k - 2 + 1 \text{ 이다.}$$

최솟값이 4 가 되었으므로 $k - 1 = 4$ 이다.

$$\therefore k = 5$$

15. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

$$\sqrt{5x + y} = \sqrt{5x + 3x - 12} = \sqrt{8x - 12}$$

$$\sqrt{8x - 12} = 1 \Rightarrow 8x - 12 = 1, x = \frac{13}{8}$$

(x 는 자연수가 아니다.)

$$\sqrt{8x - 12} = 2 \Rightarrow 8x - 12 = 4, x = 2$$

따라서 $x = 2$ 이다.

16. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

17. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1,000	1,005	1,010
2	1,414	1,418	1,421
3	1,732	1,735	1,738
4	2	2,002	2,005
5	2,236	2,238	2,241

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0472

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) &= \frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2.236}{5}-0.4 \\ &= 0.4472-0.4=0.0472\end{aligned}$$

18. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

19. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 4시간

해설

올라갈 때 속력을 $x\text{km/h}$ 라 하면

올라갈 때 속력을 x km/h 라 하면
내려올 때 속력은 $(x + 1)$ km/h

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9 \text{의 양변에 } x(x+1) \text{ 을 곱하면}$$

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5)=0$$

$$(x - 4)(9x + 5) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (km/h)}$$

따라서 내려올 때 속력 : $x + 1 = 5\text{km/h}$

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

20. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.