

1. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프 위에 있는 점은?

- ① $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ ② $(-2, 3)$ ③ $(2, -3)$
④ $\left(3, \frac{27}{4}\right)$ ⑤ $(-4, 12)$

해설

- ① $x = 1$ 일 때, $y = -\frac{3}{4}$ 이다.
② $x = -2$ 일 때, $y = -3$ 이다.
④ $x = 3$ 일 때, $y = -\frac{27}{4}$ 이다.
⑤ $x = -4$ 일 때, $y = -12$ 이다.

2. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동하면 점 $(1, 3)$ 을 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(0, 2)$

④ $(1, 3)$

⑤ $(2, 5)$

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면

$$y = x^2 + k$$

점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 1 + k$$

$$k = 2$$

$$\therefore y = x^2 + 2$$

3. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 2 \\ &= 2(x+1)^2 - 4 \end{aligned}$$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

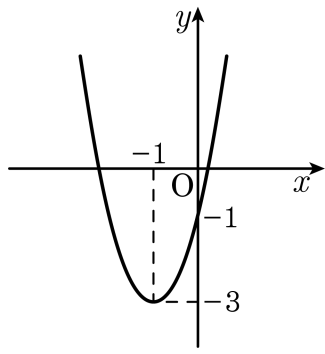
$$y = 2(x+4)^2 - 4$$

점 $(a, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 2(a+4)^2 - 4$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

4. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$ ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

5. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 (2, 2) 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 3) 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$

(2, 2) 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$

따라서 구하는 식은

$y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b = 2, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

7. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ (1, -2) ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ (3, -12)
㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ (-4, -30)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로

$$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7, \quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7, \quad -7a = 14, \quad a = -2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉠}} f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore (3, -18)$$

$$\textcircled{\text{㉤}} f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore (-4, -32)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉣, ㉤의 2 개이다.

8. 다음 포물선의 폭이 가장 큰 것은?

(가) $y = -x^2$	(나) $y = -5x^2$
(다) $y = -\frac{1}{2}x^2$	(라) $y = -\frac{5}{4}x^2$

- ① (가)
- ② (나)
- ③ (다)
- ④ (라)
- ⑤ 모두 같다.

해설

$y = ax$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

9. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 그래프의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

11. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

12. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y = a(x - 4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a + q = -10, a + q = -4$$

$$\therefore a = -2, q = -2$$

$$y = -2(x - 4)^2 - 2 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면 } y = -34$$

13. 차가 14 인 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

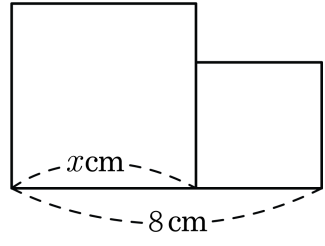
▶ 답 :

▷ 정답 : -49

해설

두 수를 x , $x + 14$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라고 하면 $y = x(x + 14) = x^2 + 14x = (x + 7)^2 - 49$
따라서 $x = -7$ 일 때, 최솟값 -49 를 갖는다.

14. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.



- ① $x = 2, y = 12$ ② $x = 2, y = 14$ ③ $x = 2, y = 16$
 ④ $x = 4, y = 32$ ⑤ $x = 4, y = 34$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때 $y = 32$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

- ① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

16. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a \end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

18. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

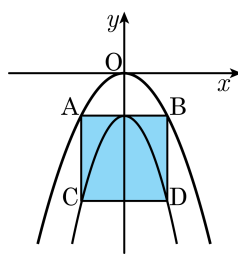
$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

19. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = -x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = -2x^2 - 1$ 위의 점이다. 사각형 ABDC가 정사각형일 때, 이 정사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 A의 x 좌표를 a 라 하면

$A(a, -a^2)$, $B(-a, -a^2)$, $C(a, -2a^2 - 1)$, $D(-a, -2a^2 - 1)$

□ABCD는 정사각형이므로

$$-2a = -a^2 - (-2a^2 - 1)$$

$$(a + 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 □ABCD = $2 \times 2 = 4$ 이다.

20. $2x + y = a + 2$, $x + 2y = 8(a + 2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 2x + y &= a + 2 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y &= 8(a + 2) \cdots \textcircled{2} \\ 2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 을 하면} \\ 3x &= -6a - 12, \quad x = -2a - 4 \\ x = -2a - 4 \text{ 를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\ y &= 5a + 10 \\ x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a + 2)^2 \\ \therefore \text{ 최솟값 } &0 \end{aligned}$$